



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.6.294





Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.6.294

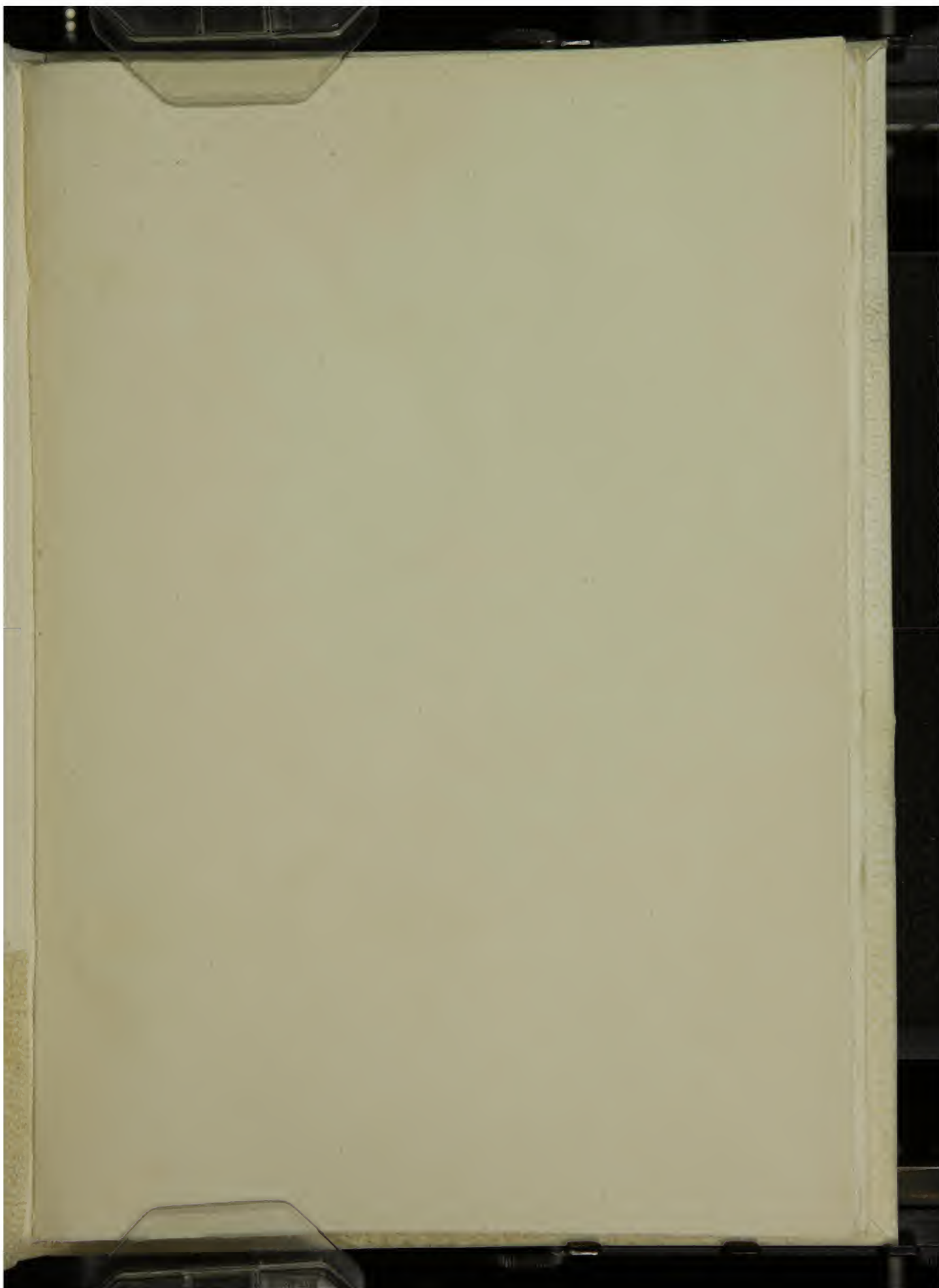


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.6.294

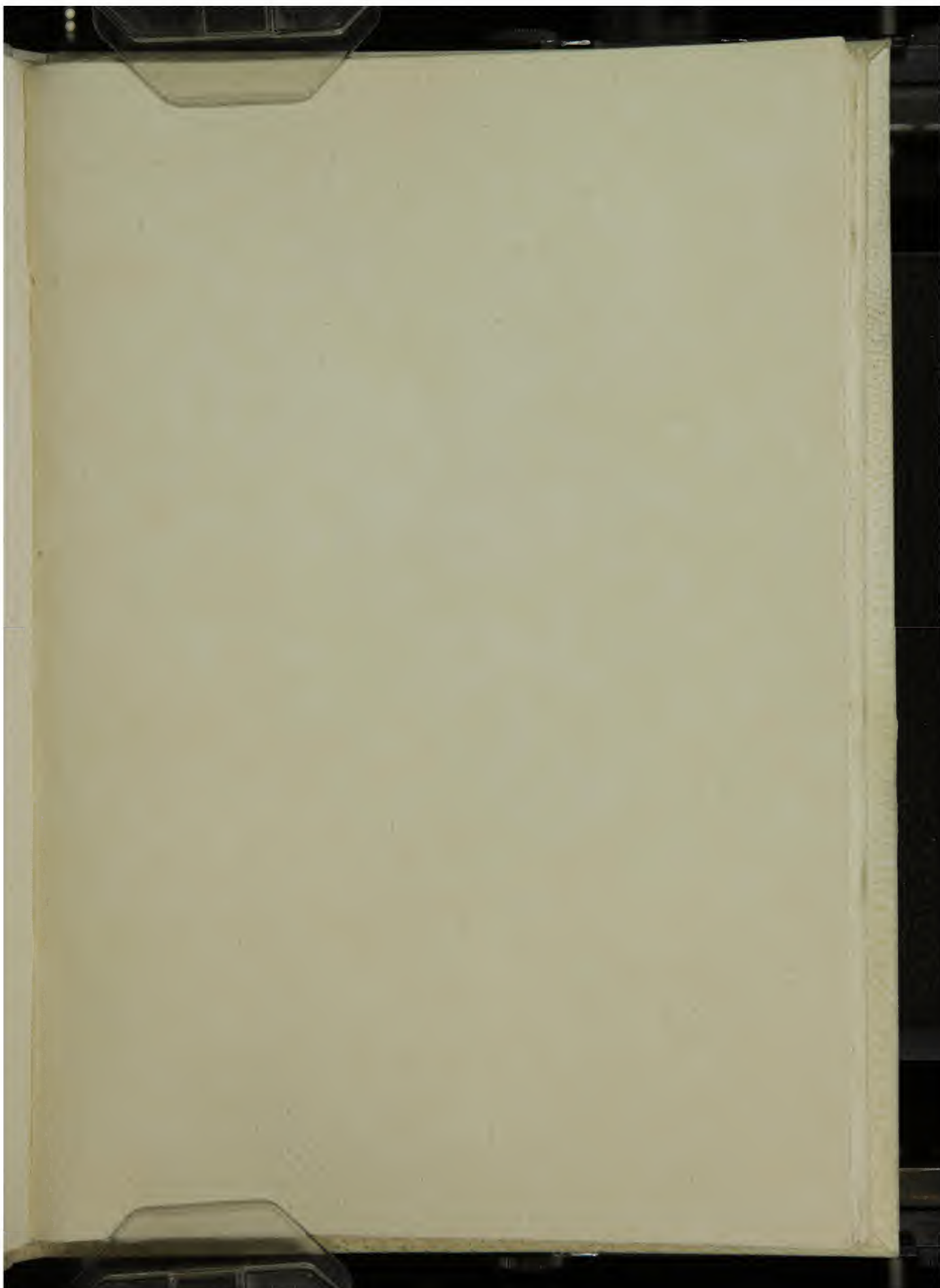


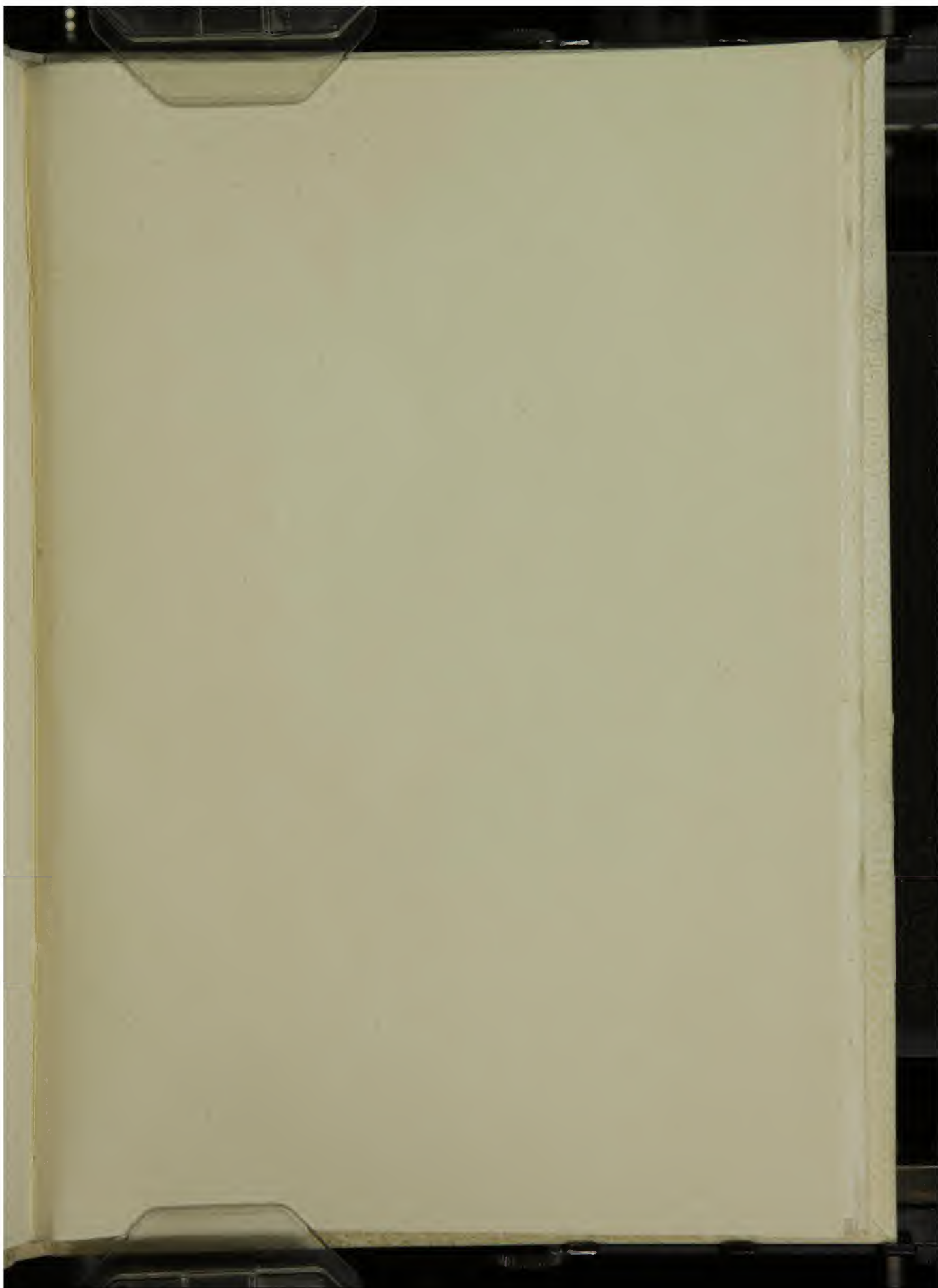
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.6.294

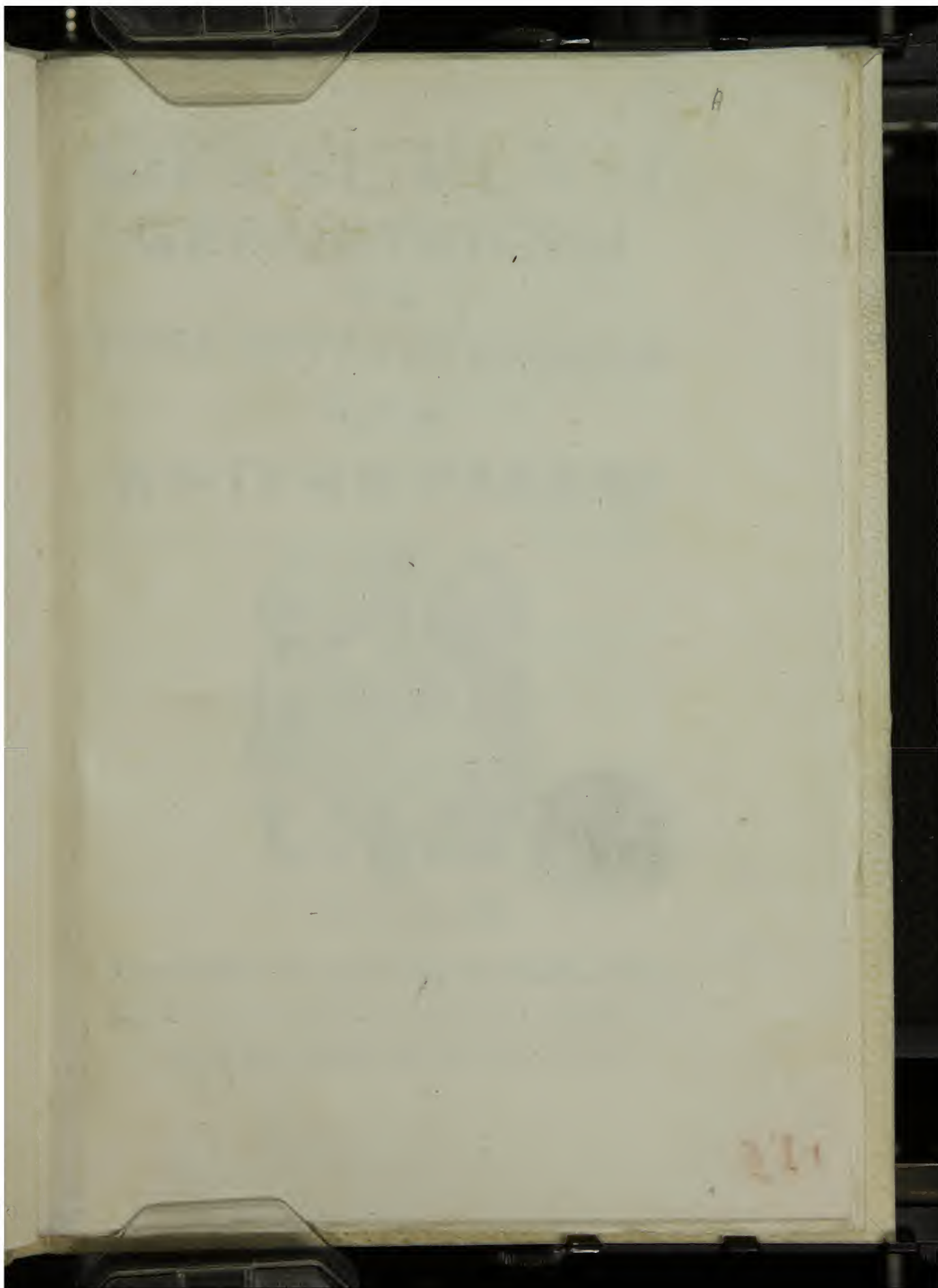




1. 6. 294







C
C

LIN

A

Ty



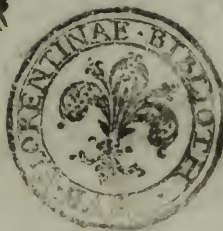
OPVSCVLVM
GEOMETRICVM

D E

LINEA SINVVM ET CYCLOIDE

Auctore

ANTIMO FARBIO

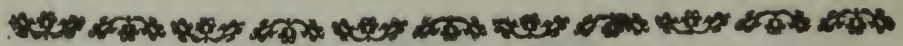


R O M A E,

Typis HH. Francisci Corbelletti. 1659.

SUPERIORVM PERMISSV.

Imprimatur si videbitur Reuerendissimo P. Magist. Sac. Pal.
Apostol.

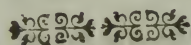


M. A. Oddus Episc. Hyerap. Vicesg.

Imprimatur
Fr. Donatus Carnesechius Reuerendiss. Pat. Magist. Sac.
Palat. Apostol. Socius Ord. Præd.



Ad Illustrissimum
ABBATEM GRADIVM.



DE quadam linea, quam sinuum vo-
co, cuius aliquot proprietates nuper
demonstravi, tecum mihi semel, ite-
rumq. sermonem fuisse memini, Vir
Illustrissime; commenta mea, ut tu-
te scis, pressa apud me ac reposita ser-
uare cogitaueram; sed à quodam Anonymo, Insigni,
ut præferebat, Geometra, ad aliquot problemata de-
monstranda sollicitatus, cum ad propositum finem,
eiusdem lineæ ductu, quasi Ariadnæ filo, iuxta faci-
lè atque feliciter peruenerim, facere non potui, quin
nugas illas meas manumitterem, & publica liberta-
te donatas, clarissimo tuo nomini, quod per tuam
humanitatem mihi liceat, inscriberem: Methodus de
me inita non omnino Caualeriana est, parum tamen
ab illa discrepat: elementaria suppono, cum hæc u-
dioribus Tyronibus non scribam: quedam alia præ-
mitto,

mitto, breuiter tamen demonstrata, quæ mihi sunt
 positionum loco. Ceterum rem mihi gratissimam fe-
 ceris, si velocibus saltem ac currentibus oculis lu-
 strare digneris; quid enim te omnigena literatura
 instructum, nec non maioribus vacantem studijs, in
 nugis diutius detinerem; hæc amicitie nostræ facile
 dabis; si tamen tuus ille Riccius vestrorum Geome-
 trarum facile Coryphæus per te adduci possit (nec
 enim mihi tantum arrogo) ut hæc etiam legat, id me
 summæ gratiæ loco habiturum, tibi persuadeas ve-
 lim; Porro si hæc non prorsus ingrata tibi acciderint,
 centuriam illam meam de maximis & minimis, cuius
 aliquando inter colloquendum, mentionem feci, alia-
 que opuscula geometrica publici iuris faciam, ut
 maiori, uniuersæ, quam paro, Geometriæ codici præ-
 ludant. Vale Kalend. Octobris An. CLXCLVIII.

Definitio I.

Linea sinuum est sinuum rectorum, arcui quadrantis deflexo ordinatim applicatorum terminatio, vel est

Linea curua, descripta ab extremo puncto semidiametri, ascendens, motu æquabili, per arcum deflexum quadrantis, accedente ad punctum oppositum, iuxta rationem sinus versi arcus decursi. Vtraque definitio in prima propositione explicabitur.

Definitio II.

Cyclois est compositarum ex sinibus & superioribus arcibus diametro eiusdem circuli ordinatim applicatarum terminatio; vel est Linea curua descripta à puncto mobili motu mixto ex motibus orbis & centri æqualibus.

Vtraque in 23. prop. explicabitur.

Definitio III.

Figura procedere dicitur per sua elementa, in qua accipiuntur Fig. r parallelae basi lineæ, si basis linea est, vel superficies parallelae, si basis est superficies.

Explicatur. Sit rectangulum md , accipiantur quotcumque parallelae basi mn , vt po , &c. dicitur rectangulum md , procedere per mn , po , aliaque huiusmodi elementa: pari modo cylindrus md , procedit per plana circularia mn , po , &c. item triangulum man , per lineas mn , pu , conus ma , per circulos mn , pu , &c.

Definitio IV.

Figura Isoparallela est, quæ procedit per elementa basi æqualia, vt rectangulum, cylindrus, prisma, &c.

Definitio V.

Homogeneæ figuræ sunt, quæ procedunt per elementa proportionalia, v g. rectangulum md , & cylindrus md , sunt homogeneæ figuræ, quia vt lineæ mn , ad po , ita planum mn , ad planum po .

Definitio VI.

Centrum gravitatis est illud, ex quo suspensa perpendicularo quantitate, æquipondium est.

Definitio VII.

Libra est linea cuius extremitatibus annexa pondera, & perpendicularo suspensa, ex aliquo eiusdem lineæ puncto, faciunt æquipondium.

De-

Definitio VIII.

Momenta sunt appensorum ponderum nisus inuicem comparati.

Positio I.

Figuræ Homogeneæ eiusdem generis, altitudinis & basis, sunt æquales; eiusdem altitudinis sunt vt bases; eiusdem basis sunt vt altitudines; diuersæ basis & altitudinis sunt in composita basium & altitudinum. Sint duæ figuræ homogeneæ eiusdem generis bac ; bcd . eiusdem basis & altitudinis; illæ sunt æquales, vt enim ac , est æqualis cd , ita ei , æqualis ik , atque ita de cæteris; igitur sunt æquales: sint eiusdem altitudinis, non basis, abc , abd , sunt vt bases ad , ac , vt enim ad , ad ac , ita ek , ad ei , atque ita de cæteris; igitur abd , est ad abc , vt ad , ad ac , sint eiusdem basis, non altitudinis, abc . aec . sunt vt altitudines ab , ac . vt enim ab , ad ac . ita gi , ad gl . atque ita de cæteris; igitur abc . est ad aec . vt ab . ad ac . sint demum diuersæ basis & altitudinis abd . aec . sunt in composita basium & altitudinum, id est vt rectangula sub ba , ad , & sub ea . ac . nempe aec , est ad abc . vt rectangulum sub ea c ad rectangulum sub bac , bac verò est ad bad , vt rectangulum sub bac , ad rectangulum sub bad . igitur aec . est ad bad , vt rectangulum sub ea c . ad rectangulum sub bad , id est in composita ratione ex rationibus ae ad ab & ac ad ad . Si basis sit planum erunt figuræ vt isoparallela sub basibus & altitudinibus. alijs porro figuris homogeneis idem modus demonstrandi applicabitur.

Positio II.

Fig. 2. Quadrans est ad triangulum in composita ex ratione semidiametri ad altitudinem, & ex ratione arcus quadrantis ad basim trianguli. Sit quadrans adc , & quodlibet triangulum acb , dico esse homogeneum quadranti; vt enim ac ad ch , ita ab , ad bf . igitur vt ac , ad ab , ita ch ad bf . sed vt ac ad ab , ita arcus cd ad arcum be . igitur figuræ procedunt per elementa proportionalia, per d. 3, igitur sunt homogeneæ, per d. 5. igitur sunt in composita basium & altitudinum per posit. I. est autem basis quadrantis, eiusdem arcus; altitudo verò, eiusdem radius, vel semidiameter.

Coroll. I.

Hinc assumpta basi trianguli cg , æquali arcui cd , & altitudine ca , triangulum acg erit æquale quadranti acd . assumpta basi minore, vt ek , vel maiore, vt ch , erit ack ad acd , vt ek ad cg , & ach ad acd , vt ch , ad cg , denique bck ad acd , vt rectangulum sub bck , ad rectangulum sub acg . Co-

Coroll. II.

Hinc rectangulum sub radio ac & dimidia cg est æquale quadranti acd . igitur rectangulum sub ac & dupla cg est æquale circulo; sub quadrupla vero cg . est duplum circuli. Hinc demum qui libet sector, puta acm est ad triangulum, puta ack vt arcus cm ad ck .

Positio III.

Cylindrus est sesquialter Hemisphærij eiusdem altitudinis & basis. Fig. 3.
 sit quadrans alb . rectangulum al . triangulum bml , volvantur circa bl : gignitur Hemisphærium ab abl cylindrus ab al . conus à bml : his positis, genitum à trilineo aml est homogeneum cono genito à bml . cum enim circuli sint vt quadrata radiorum; sit quælibet eg . quadratum ge ; vel bd adæquat quadrata gd & gb vel gf . igitur genitum à ge adæquat genitum à gd & gf vel de . igitur genitum à gf æquale est genito à de . igitur genitum ab lm est ad genitum ab fg vt ad genitum à de . igitur genita à trilineo aml & triangulo bml sunt homogenea, per d. 5. sunt autem eiusdem basis, genitæ scilicet ab lm ; & altitudinis bl . igitur sunt æqualia. per posit. 1. cum igitur genitum à triangulo bml sit * cylindri geniti ab al . erit quoque * eiusdem cylindri genitum à trilineo aml . igitur genitum ab aml scilicet hemisphærium, eiusdem cylindri * adæquat, igitur cylindrus est sesquialter Hemisphærij.

Positio IV.

Superficies Hemisphærij est æqualis superficiei cylindri eiusdem basis & altitudinis demptis basibus; nempe Hemisphærium est homogeneum cono; vt enim genitum ab lm ad genitum à gf , ita genitum ab arcu la ad genitum ab arcu gp , scilicet vt quadrata lm , gf ; est autem communis altitudo bl ; igitur figuræ sunt vt bases, sed Hemisphærium est duplum coni, per posit. 3. igitur basis coni genita ab lm . est * superficiei Hemisphærij genitæ ab arcu la . est autem * superficiei cylindri genita ab am dupla circuli geniti ab lm . nempe æqualis rectangulo sub am & quadrupla arcus quadrantis, per Coroll. 1. posit. 2. igitur superficies cylindri æqualis est superficiei Hemisphærij: Hinc superficies sphæræ quadrupla maioris circuli.

Alio modo. Hemisphærium est homogeneum cono; igitur illius superficies ducta in * altitudinis bl . producit solidum; cylindrus verò quatenus procedit per superficies cylindricas est homogeneus triangulo; igitur superficies genita ab ma ducta in * ml vel bl . producit solidum; est autem ratio productorum, seu solidorum * altera ratio est * igitur altera, quæ est superficierum, est * igitur superficies æquales sunt.

Positio V.

Secunda sphaera per plana parallela, segmenta superficiei sphaericae sunt ut segmenta diametri, ad angulos rectos a planis sectae: sit v. g. planum ek . dico superficiem genitam ab arcu ad . esse ad genitam ab arcu dl , ut bg . ad gl . nempe genitum ab abm . est aequale hemisphaerio, per Posit. 3. estque genitum ab abe , procedens per superficies cylindricas, quarum prima est genita ab ae . homogeneous genito ab abd . procedenti per sphaericas, quarum prima est genita ab ad . cum autem genitum a gf sit aequale genito a de & cum genitum a bfg sit ad genitum a hed ut basis genita ab fg ad genitam a de , erit genitum a bfg aequale genito a bde . sed genitum a bfg aequale est genito a trilineo aed sublato autem communi genito a trilineo ued , erunt residua aequalia, genita scilicet a bud . & aeu . igitur genitum a bad aequale genito a bae . sed haec sunt homogenea, eiusdem altitudinis ab . igitur & eiusdem basis per posit. 1. sunt autem bases genitae ab ae . & arcu ad . sed genita ab ae est ad genitam ab em . ut ae ad em . vel ut bg . ad gl . igitur genita ab arcu ab . ad genitam ab arcu dl , ut bg . ad gl . idem assumpto quolibet alio puncto demonstrabitur; igitur segmenta superficiei hemisphaerij sunt ut segmenta semidiametri ab iisdem planis; igitur segmenta superficiei sphaerae ut segmenta diametri.

Positio VI.

Fig. 4. Si ut ad radius quadrantis adk . vel sinus totus ad di sinum reatum anguli bal , ita di ad de , erit ad ad ai , ut ai ad ac . cuius & ad differentia est eadem dc . quae est sinus versus anguli dbi dupli dai , in quadrante dbm . sub radio bd . subduplo prioris ad . nempe subtensa dh & omnes aliae secantur bifariam a peripheria dma . haec constant ex elementis.

Positio VII.

Fig. 5. Si sit qualibet figura, puta semicirculus abm . quae voluatur circa ac . genitum ab amb . est ad genitum a rectangulo al ut isoparallelum sub basi amb & altitudine am . ad parallelepipedum sub basi al & altitudine am . nempe genitum ab am est ad genitum a di . ut quadratum am ad quadratum bi minus quadrato bd . id est ad rectangulum sub basi di . & altitudine am , idem qualibet alia assumpta demonstratur, igitur genitum ab amb est ad genitum ab al . ut isoparallelum, sub basi amb & altitudine am ad parallelepipedum eiusdem altitudinis, sub basi al . Si assumatur qualibet alia figura, v. g. triangulum amb , vel quodlibet aliud trilineum, eadem prorsus demonstrabitur.

Po.

Positio VIII.

Figurae homogeneae eiusdem altitudinis habent centra grauitatis a basi æquidistantia. Sint cab , eab figurae homogeneae, sit da distantia centri grauitatis figurae cab a basi ac ; erit eadem centri figurae eab a basi ae ; si enim perpendiculo df , suspendatur eab erit æquipondiu; igitur momenta trapezij $acfd$ & trianguli dfb sunt equalia; at sunt in composita quantitarum & distantiarum permutando; cum autem sit trapezium $adge$ ad agb , ut est $adfc$ ad dfb ; sit in ol centrum grauitatis dfb ; sitque ut trapezium $adfc$ ad dfb , ita od ad di , erit trapezij centrum in ib ; igitur & centrum gdb , in om , & trapezij $adge$, in ik ; igitur rotius figurae abe in dg , idem in quibusuis alijs homogeneis, siue solidis, siue planis demonstratur. hæc cursim ac breuiter indico, quæ apud Caualeriũ exercit. s. p. 9. & alios, qui de statica in rigore geometrico scripserunt, fusiùs demonstrata inueniuntur; igitur cum hæc supponi possint, breuiter indicasse satis erit.

Fig. 6.

Positio IX.

Si duæ figurae, v. g. ea , bac in communi axe ba librentur, erunt momenta ut solida ab eisdem circa ba reuolutis genita, quia momenta sunt in composita ex ratione quantitarum, & ex ratione distantiarum centri vtriusque figurae ab axe communi ba . igitur momentum Kg est ad momentum gi , in composita ex ratione totius ad totam, & dimidiæ ad dimidiam, id est in duplicata gK ad gi , id est ut quadratum gK ad quadratum gi , id est ut genitum a gK ad genitum a gi . idem qualibet alia assumpta ostendetur; igitur momentum totius ea est ad momentum bac ut genitum ab ia ad genitum a bac . hæc breuiter indico; videri possunt fusiùs demonstrata apud citat. Caualer. & Torricellum de dimens. parab. lem. 3. 1.

Fig. 7.

Coroll.

Hinc data ratione figurarum & distantiarum ab utroque centro, v. g. gf , gb cognoscitur ratio solidorum, seu genitorum ab eisdem figuris & vicissim, data ratione solidorum, & distantiarum, habetur ratio figurarum & data ratione solidorum & figurarum habetur ratio distantiarum.

Propositio I.

Figura homogenea figurae sinuum, cuius basis quadrupla est axis, æquat superficiem hemisphærij, sub radio, æquali basi figurae sinuum. Ut hæc propositio intelligatur, aliquid constructionis adhibendum est. Sint bac ad angulos rectos, sitq. ae quadrupla ab ; sit quilibet quadrans ap , eius arcus a diuisus bifariâ in f , sinus fz , diuidatur

Fig. 8.

B ab.

ab bifariam in d , fitque ut sinus totus ap ad sz ita ae ad ordinatim applicatam db . eodem modo inuenientur aliae ordinatim applicatae, arcu al & recta ab proportionaliter diuisis; denique per extremitates applicatarum curva bbe ducta censeatur; sit aq æqualis ab , sitque ut ae ad db ita ae ad dK ; idemque fiat in alijs applicatis, erit figura $abKq$ homogenea figuræ $abbe$. sit demum ac ad ab ut radius, vel semidiameter ad arcum quadrantis, sit ap æqualis ac , sitque di æqualis sz ; & similiter applicentur alij sinus; erit bep linea sinuum, vocetur autem abp figura sinuum, a b axis, ap basis, apl quadrans genitor, cbe segmentum rectum, yp segmentum versum, ct di , ordinatim applicatae; ty parallela axi, $actp$ trapezium figuræ rectum, $abty$ trapezium versum, genitum à figura circa ba solidum rectum, circa ap solidum versum. constat autem, ae quadruplam ab æqualem esse peripheriæ circuli, sub radio ac , vel ap ; constat etiam, figuram abe esse homogeneam figuræ sinuum; deniq. voluatur pa in plano quadrantis, punctum a describit arcum asl æquale rectæ ab , qui si voluatur circa lp , ut a describit peripheriam, sub radio pa , ita s suam describit, sub radio sz , & quodlibet aliud punctum suam, sub radio, qui est sinus terminatus ad punctum genitorem, ac demum totus arcus asl superficiem Hemisphærij; his positis facile demonstratur propositio.

Est enim figura $abhl$ homogenea figuræ sinuum $abep$ per d. 5. basis ae quadrupla est axis, ab estque ut ap ad sz , ita ae ad db , ae , est æqualis peripheriæ sub radio ap genitæ scilicet ab a . igitur db æqualis peripheriæ sub radio sz genitæ scilicet ab s ; igitur figura abe & superficies hemisphærij, genita ab arcu asl sunt figuræ homogeneæ, per d. 5. sunt eiusdem basis; nam ae est æqualis peripheriæ genitæ ab a ; item eiusdem altitudinis, nam arcus asl æqualis est rectæ ab ; igitur figuræ sunt æquales, per posit. 1.

Propositio II.

Figura $abbe$ est ad $abKq$ ut ae , ad ae ; item ad figuram sinuum ut ae ad ap , id est ut peripheria ad radium, quia cum sint homogeneæ per construct. ac eiusdē altitudinis ab , sunt ut bases per posit. 1. igitur ut ae ad aq & ab . idem de omnibus alijs homogeneis demonstrabitur.

Propositio III.

Quælibet figura homogenea figuræ Sinuum $abep$ & eiusdem altitudinis ab æqualis est rectangulo sub sua basi & ac , vel ap . nam cum $abhl$ sit æqualis duobus circulis, sub radio ac vel ap , per posit. 4. æquat rectangulum af , per corol. 2. posit. 2. igitur cum $abbe$.

$abbe$, sit ad $abip$ ut ae ad ap per 2, prop. erit ut rectangulum af , ad rectangulum al igitur $abip$ æqualis est rectangulo sub basi ap , & ac ; pari modo ostendetur $abkg$ æqualem esse rectangulo an , atque ita de cæteris.

Coroll. I.

Hinc figura finuum æqualis est quadrato suæ basis, seu radij quadrantis genitoris; sic $abip$ est æqualis quadrato al . est enim al quadratum; quia ap est æqualis ac .

Coroll. II.

Trilineum bmp adæquat differentiam quadrati radij, scilicet al & semicirculi sub eodem radio; est enim am , æquale semicirculo, per Corol. 2. Posit. 2. & $abip$ æqualis quadrato radij.

Coroll. III.

Hinc prædictum trilineum æquale est rectangulo em sub radio & differentia eiusdem radij & arcus quadrantis.

Coroll. IV.

Idem trilineum adæquat bis segmentū circuli sub radio ap , contentum arcu quadrantis, & subtensa.

Coroll. V.

Segmentum contentum recta bp & curua bip , id est linea finuum, est æquale trilineo ael .

Coroll. VI.

Ut ao quadratum arcus quadrantis ad am seu semicirculum; ita am ad al quadratum radij; hinc semicirculus est medius proportionalis inter quadrata radij & arcus quadrantis.

Coroll. VII.

Trilineum cbp æquat trilineum ael . item bce æquat trilineum plt . item bey æquat sectionem sub arcu yp , & recta yp .

Schol.

Fingendum est animo arcum asl , remissa curvitate, in rectam ab deflecti; item singulas peripherias areni asl ordinatim ad angulos rectos applicatas (sic enim radius in arcum incidit) in rectas æquales etiam deflecti, ipsi ab ordinatim applicatas ad angulos rectos; sic tota superficies hemisphærij ab arcu asl genita in figuram planam $abbe$ abit, eademque manet quantitas, sed rotunda

dumtaxat & curua in recta & plana mutantur.

Fig. 9.

Prop. IV.

Si figura sinuum voluatur circa axem, genitum est subduplum cylindri eiusdem basis & altitudinis: sit figura sinuum abc , quadrans adc sint dg , ic arcus æquales: sitque sinus eg in or translatus, & Ki in lu ; erit ob æqualis al , item arcui dg , vel ic ; cum autem quadratum ac , vel ai adæquet quadrata Ki & ic , vel eg , id est quadrata lu , & or ; erit differentia quadratorum lu , lm , æqualis quadrato or . sunt autem circuli ut quadrata radiorum; igitur genitum ab lu cum genito ab or adæquat genitum ab lm . igitur genitum ab or æquale est genito ab um . pari modo genitum ab r est æquale genito ab lu ; igitur genita ab abc & à trilineo bfc sunt homogenea; igitur æqualia, cum sint bases æquales, & eadem altitudo; igitur alterutrum est subduplum geniti ab af , cylindri scilicet eiusdem basis & altitudinis.

Coroll. I.

Hinc semiparabola subaxe ab & base ac est quidem maior figura abc ; reuoluta tamen circa axem gignit solidum æquale genito à figura abc , si autem ab diuidatur bifaria in n , & ducatur np prædicta semiparabola secat lineam sinuum in pi , & applicatæ supra np . in parabola, sunt maiores, infra verò, minores, quàm in linea sinuum.

Coroll. II.

Genitum à qualibet figura homogenea figuræ sinuum, est subduplum cylindri eiusdem altitudinis & basis, sunt enim figurarum homogenearum genita homogenea.

Coroll. III.

Fig. 8.

Genitum à quadrante abc est ad genitum à figura $abKq$. ut 4^2 ad 3 . quia genitum à quadrante, scilicet hemisphærium, est ad cylindrum eiusdem basis & altitudinis, ut 4 . ad 6 .

Coroll. IV.

$$\frac{a^2}{2} \quad \frac{a^2}{3}$$

$$\frac{a^2}{9} \quad \frac{a^2}{3} \quad \frac{a^2}{3}$$

Genitum a quadrante genitore alp vel acp est ad genitum à figura abp ut a radij ca ad a ab æqualis arcui quadrantis af ; id est, iuxta cyclometriam Archimedeam, ut 28 . ad 3 . ad genitum, verò à trilineo ebp ut a ad differentiam a & a , id est ut 28 , ad 5 .

Corol.

Coroll. V.

Si sit media proportionalis inter ab & ap , parallelepipedum sub illius quadrato, & altitudine ab adæquat genitum à figura $abep$; est enim subduplum eiusdem cylindri, cum basis illius sit æqualis semicirculo.

Coroll. VI.

Genita à figuris homogeneis $abep$ eiusdem altitudinis, sunt ut quadrata basium figurarum, v.g. genitum ab $abep$ est ad genitum ab $abKq$ ut quadratum ap ad quadratum aq .

Coroll. VII.

Genitum à lunula contenta arcu quadrantis buq & curua bKq est subduplum geniti à triangulo abq ; sit enim genitum à rectangulo ao , 6. genitum à triangulo abq erit 2. à figura $abKq$ 3. à quadrante $abuq$ 4. igitur à lunula 1. igitur subduplum geniti à triangulo abq , & æquale genito à segmento contento curua bKq & recta bq . Hinc ut superficies genita à recta bq diuidit bifariam genitum à quadrante, scilicet Hemisphærium, ita superficies genita à curua bKq diuidit bifariam genitum à segmento quadrantis, contento arcu buq & recta bq .

Coroll. VIII.

Si sit quadrās $atmb$, & figura homogenea figurę sinuum $atnb$; rectangulum ag , at diuisa bifariam in c , cf parallela ab , recta tb ; genita à quatuor segmentis $cdeof$ sunt æqualia; sit enim genitum à cf 16. erit genitum à cd 4. à ce 8. à co 12. igitur à de 4. ab eo 4. ab of 4. ac proinde æqualia.

Fig. 10

Coroll. IX.

Si ducantur duæ rp , lb parallelae ef , & ab eadem æquedistantes, cum genita ab rf & ib sint æqualia, sunt enim al , rt , rf æquales, item genita ab lK , mp ; erunt etiam genita ab rm & Kb æqualia, & subtractis æqualibus genitis ab rf & ib residua erunt æqualia, genita scilicet ab fm , Ki . idem quibus suis alijs assumptis demonstrabitur: hinc cono genito ab atb subtracto ab hemisphærio, residuum à plano cf bifariam diuiditur.

Coroll. X.

Si al , ob assumantur æquales, cylindrus sub basi circulo ab ac genito, & altitudine al , adæquat genita à segmento recto obr & à trapezio $aluc$; nempe genitum à trilineo cum est æquale genito à segmento obr

Fig. 9.

Corol.

Coroll. XI.

Hinc genitum ab *luro* est ad reliquum vt *nl* ad *la*. Hinc potest haberi frustum medium in qualibet data ratione ad totum, si postuletur ratio sesquitertia sit *nl* ad *na* vt 3 ad 4. erit genitum ab *luro*. ad genitum à figura *abc* vt 3. ad 4. id est vt *nl* ad *na*.

Coroll. XII.

Hinc demum genita ab *obr* & *cmu* iunt æqualia. item genita ab *aluc* & à *brδ*; item genita ab *riγδ*, & ab *luthγ*. &c.

Proposit. V.

Segmentum quodlibet rectum figuræ sinuum est ad totam figuram vt sinus versus illius arcus, cui altitudo segmenti æqualis est, ad sinum totum. Sit enim segmentum quodlibet *nbp* cuius altitudo *nb* sit æqualis arcui *db* ac proinde *bf*, æqualis *np*; dico segmentum *nbp* esse ad totam figuram *abc* vt sinus versus *df* ad sinum totum *da*: cum enim figura *abc* sit homogenea superficiei Hemisphærij, hæc diuiditur in ratione segmentorum radij per Posit. 3. v. g. Si voluatur arcus *dc* circa *da*, superficies genita ab arcu *db* est ad genitam ab arcu *dc* vt segmentum *nbp* ad figuram *abc*; sed genita ab arcu *db* est ad genitam ab arcu *dc* vt *df* ad *da*, per Posit. 5. igitur segmentum *nbp* est ad *abc*, vt *df* sinus versus arcus *db* æqualis *nb* altitudini segmenti, ad *da* sinum totum; idem assum, pro quouis alio segmento demonstrabitur.

Coroll. I.

Hinc dari potest segmentum, quod sit ad totam figuram in data qualibet ratione, v. g. sit data ratio *de* ad *da*, sit *or* applicata æqualis *og*, erit segmentum *obr* ad totam *abc* vt *de*, ad *da*. hinc si postuletur segmentum, quod sit * totius, sit *df*, verbi gratia, * *da*, sit *nb*. applicata æqualis *fg*, erit *nbp* ad *abc* vt 1. ad 4. hinc si *aγ* sit * *ab* erit *γbθ* * *abc*, ac proinde *γθ* diuidit figuram sinuum æqualiter.

Coroll. II.

Hinc segmentum rectum est ad totam figuram, vt applicata trilineo figuræ coniuncto æquè distans à basi trilinei, ac basis segmenti à basi figuræ, ad basim trilinei v. g. sit segmentum *obr*, trilineum figuræ coniunctum *bfc* basis trilinei *bf*, distantia basis segmenti à basi figuræ *oa*, sit æqualis à basi trilinei *fm*; dico segmentum *obr* esse ad totam *abc*. vt applicata trilineo *um* ad basim *bf*: sit enim sinus *og* vel *xi* æqualis *or*, ac proinde *ob* æqualis arcui *dg* vel *ci*, segmentum *obr*.

ab est ad totam abc , vt de , vel zc ad da , vel ac ; sed la est \propto -qualis az , vel ae ; igitur um \propto -qualis zc ; igitur obr est ad abc , vt um ad bs , idem de quolibet alio segmento demonstrabitur.

Propositio VI.

Definiri potest ratio segmenti versi ad totam figuram sinuum. Sit figura sinuum apt , quadrans amt , trilineum annexum put , sit ak Fig. 11.
 \propto -qualis at , ac proinde quadratum an ; sit quodlibet segmentum versum brt ; ducatur lr indefinitè, sit lr \propto -qualis if ; denique per punctum x , in quo br axis segmenti secat Kn latus quadrati an , ducatur axf , & ex f demittatur fc , parallela axi rb , cū tota figura apt sit ad segmentum rectum lpr , vt at ad it , per prop. 5. & ad re-ctangulum ar , vel a ipsi \propto -quale, vt at ad ac , erit ad reliquum, scilicet ad segmentum versum brt , vt at ad ci ; igitur inuenta est ratio quæ sita.

Coroll. I.

Hinc tota figura est ad verumq. segmentū art , lpr , vt ap ad ct .

Coroll. II.

Hinc tota figura est ad segmentum versum, vt sinus totus ad basi-
 sim segmenti, minùs composita ex excessu, quo sinus totus superat
 sinum rectum arcus \propto -qualis axi segmenti, & ex linea, quæ sit ad ex-
 cessum, quo prædictus axis superat radium, vt sinus complementi
 prædicti, arcus ad radium.

Propos. VII.

Si voluatur figura sinuum circa parallelam axi, in extrema basi
 erectam, genitum à figura erit ad cylindrum eiusdem altitudinis,
 sub basi circulo genito à basi fig. vt composita ex radio & excessu,
 quo radius superat dimidium axis, ad totum axem. Sit enim fig. Si-
 nuum abc , perpendiculariter insistens plano quadrati ae , sitque Fig. 12.
 solidum procedens per quadrata ae , ni , &c. sub basi ae , & altitudi-
 ne ab , ac proinde homogeneum genito à fig. abc circa axem ab
 reuolutè, sit isoparallelum sub basi abc , & altitudine ad , proce-
 dens scilicet per plana \propto -qualia abc , dke , sit ax \propto -qualis ac . item
 an , \propto -qualis bn , & xu \propto -qualis xn , erit isoparallelum prædictum ad
 parallelepipedum af , scilicet sub quadrato ae , & altitudine ab , vt
 abc ad re-ctangulum al ; sunt enim isoparallela homogenea, igitur
 si sint eiusdem altitudinis, sunt vt bases, per posit. 1. igitur vt ax
 ad ab ; prædictum vesò solidum homogeneum procedens per qua-
 drata ae , ni , est ad parallelepipedum af , vt an ad ab , per prop. 4.
 igitur est ad isoparallelum prædictum vt an ad ax , igitur ad diffe-
 rentiam

rentiā vtriufq. vt an ad ax , sublato autē ex parallelepipedo af , solido procedente per quadrata bf , ih , scilicet sub applicatis trilineo Kf ; & sublato ex residuo, præfato homogeneo, procedente per quadrata ae , ni , sub applicatis fig. residuum procedet per supplementa gnomonum parallela ig , is ; vt enim ex quadrato nb , sublato ib , & ex residuo, sublato ni , restat supplementum gnomonis ig , is ; ita fit in quolibet alio quadrato assumpto; cum autem ig sit æquale is , idque quolibet alio quadrato assumpto erit excessus, quo residuum parallelepipedī, sublato solido procedente per quadrata bf , ih , superat isoparallelum, sub basi abc , & altitudine ad , æqualis excessui, quo prædictum isoparallelum superat prædictum homogeneum, procedens per quadrata ae , ni ; igitur hoc ipsum homogeneum, est ad isoparallelum prædictum, vt an ad ax ; & huic addita vtriufque differentia, vt an ad au ; denique ad solidum procedens per quadrata bf , ih , vt an ad ub :

Cum verò solidum procedens per quadrata bf , ih , sit homogeneum genito à trilineo kf , vel blc , circa lc reuoluto; erit hoc genitum ad cylindrum eiusdem basis & altitudinis, vt bu ad ba ; igitur genitum à ba circa cl reuoluta, erit ad eundem cylindrum vt au , ad ab ; igitur vt composita ex radio ax & xu , scilicet excessu, quo radius ax superat an dimidiam axis ab , est enim xn æqualis xn , ad ab .

Coroll. I.

Hæc facillè reduci possunt ad calculos, iuxta cyclometriam Archimedis; nam erit an ad ax , vt 11. ad 14. ad au , vt 11. ad 17. ad ub , vt 11. ad 5. hinc si cylindrus genitus ab a circa cl , sit 22. erit genitum à trilineo blc 5. à fig. verò abc 17. & parallelepipedum af , ad isoparallelum sub abc , & ad , vt 22. ad 14.

Coroll. II.

Si inter ng , np sit media proportionalis, itemque inter latera aliorum reſtangulorum parallelorum nm , solidum procedens per quadrata sub prædictis medijs proportionalibus, æquale est isoparallelo sub abc , & ad ; si verò applicatis ba ordinatim prædictis medijs proportionalibus, voluatur fig. circa ab , genitum erit ad cylindrum eiusdem basis, & altitudinis, vt ax ad ab ; id est vt 14. ad 22.

Prop. VIII.

Fig. 13 Si sit fig. sinuum cae , & alia axe communi cab , sitque solidum isoparallelum sub cab , & altitudine ai , æquali ac , ac demum solidum secetur plano his , frustum inferius riq best ad totum solidum vt radius ca ad axem ca ; superius verò, vt differentia axis & radij ad

ad axem; & ad aliud frustum, vt prædicta differentia ad radium:
dium: demonstratur. sit i æqualis radio ec , sitque fig. sinuum toi ,
& trilineum socium oai ; frustum superius, abi procedit per segmē-
ta recta parallela bas , ndm , &c. est autem ba ad ndm , vt ao ad
 df , per Coroll. 2. Prop. 5. idem de quolibet alio segmento assumpto
demonstrabitur; igitur frustum abi est homogeneous trilineo
 aoi ; igitur vt trilineum aoi ad rectangulum at , ita frustum abi
ad isoparallelum sub eadem basi ab & altitudine ai ; sed rectangu-
lum at est ad trilineum aoi , vt axis ai ad differentiam axis ai , vel
 ac , & radij ce ; igitur præfatum isoparallelum est ad prædictum
frustum in eadem ratione; igitur ad frustum $riqb$ vt axis ad radium;
igitur frustum $riqb$ ad frustum abi , vt radius ad prædictam dif-
ferentiam.

Coroll. I.

Hinc frustum $riqb$, quatenus procedit per trapezia recta paralle-
la plano riq est homogeneous fig. sinuum toi ; nempe vt ti ad rf ,
ita riq ad $xmnu$.

Coroll. II.

Hinc quodlibet trapezium rectum est ad totam figuram, vt appli-
cata fig. æquè distans à basi fig. ac basis segmenti recti, trapezio cō-
missi, distat à vertice fig. ad radium, v. g. sit segmentum rectum
 obr ; sit lu applicata, æquè distans ab ac , ac or à vertice b , erit Fig. 9
trapezium $aorm$ ad totam abc vt lu ad ac ; quia cum tota
 abc sit ad obr , vt lm ad um , erit ad reliquum, scilicet $aore$, vt
 lm ad lu .

Coroll. III.

Hinc vt rectangulum ta diuiditur per curuam bif , ita isopa-
rallelum prædictum per planum bie ; igitur iuxta rationem Archi-
med. frustum superius est ad inferius vt 4. ad 7. ad totum verò, vt 4. Fig. 13
ad 11. inferius verò ad totum vt 7. ad 11.

Prop. IX.

Centrum grauitatis figure sinuum Integræ, seu duplicatæ, cum
axe communi, ita diuidit axem, vt segmentū versùs verticem fig.
sit ad totum axem, vt radius ad arcum quadrantis; sit fig. sinuum
 cae , cum socia cab ; axis communis ac ita diuisus in k , vt segmē-
tum ka sit ad totum ca , vt radius ad arcum quadrantis, erit k cen-
trum grauitatis fig. cab ; quod sit in axe ac , constat, cum ac diui-
dat bifariam omnes applicatas eb , bg , &c. quod sit in K , demonstra-
tur; demittatur Kz , parallela ai , diuisa bifariam in s , ductaque fs
paral-

parallelæ ac . ducantur id , sc ; hæ sunt parallelæ, in id est centrum gravitatis frusti $riqb$, quia transit per centra gravitatis omnium rectangulorum parallelorum er ; item in sc erit centrum gravitatis $eabi$; quia transit per centra gravitatis omnium rectangulorum parallelorum HN ; sit in p v.g. centrū frusti $eabi$, sitque punctū y , in quo sd secat kx , ac ducatur $py\theta$; cū triagula spy , $s\theta y$ sint proportionalia, erit vt py , ad θy . ita sy ad $y\theta$, id est ak ad kc sed py est ad $y\theta$, vt frustum $riqb$ ad frustum $eabi$; sunt enim distantie vt pondera permutando; igitur ak est ad Kc , vt frustum inferius ad superius; igitur ad ac , vt ad totum; igitur vt radius ad arcum quadratis. Hoc iam demonstratum fuit in genere, de quolibet isoparallelo à Torricello apud Canalerium exercit. 5. prop. 17.

Coroll. I.

Hinc centrum gravitatis isoparalleli erit y ; quia Kx per centra omnium planorum parallelorum bae , riq ducitur; igitur erit in kx ; sd similiter transit per centra gravitatis omnium planorum parallelorum bq , igitur erit in sd , igitur in y .

Coroll. II.

Hinc centrū gravitatis fig. sinuum cae est in recta $k\theta$, vt patet; item fig. cab in recta kg ; nempe centrū vtriūsq. æquè distat ab eb seu vertice a ; cum tota eab sit homogēnea singulis seorsim.

Proposit. X.

Centrum gravitatis fig. sinuum distat ab axe \ast Axis, & à basi, ipso excessu, quo axis superat basim; sit linea sinuum ame , cum rectangulo cy ; momenta vtriūque fig. librata in cm , sunt vt solida genita à figuris circa cm revolutis, per posit. 9. est autem genitū à cy duplū geniti ab ame , per prop. 4. sed ratio solidorum genitorum à figuris est composita ex ratione figurarum, & ex ratione distantiarum centri vtriūque ab axe communi, per posit. 9. igitur momentum rectanguli cy est ad momentum fig. ame , in composita ex ratione cm , ad co , vel md æqualem, quæ est ratio figurarum, & ex ratione eq , vel st dimidiæ cx , hæc enim est distantia centri q ab axe cm , ad distantiam centri fig. ame , ab eodem axe cm ; id est momentum rectanguli, est ad momentum fig. vt rectangulum sub cm , cy , ad rectangulum subduplū, sub altero laterum æquali co , & sub alio, quod facillè inuenitur ducta or , item cr , pu ; est enim cp æquale cq ; est autem eu \ast mc ; cum enim ep , cq sint æqualia, vt co ad ce ; dimidiam cm , ita ct dimidiā co , ad cs dimidiā ce ; igitur cs , vel eu est dimidiā ce ; igitur \ast cm ; igitur cs est alterū latas rectanguli quæsitum; igitur est distantia centri gravitatis fig. ame ab axe mc ,

Fig. 14
* $\frac{1}{4}$

* $\frac{1}{4}$
* $\frac{1}{4}$
* $\frac{1}{4}$

cm ; cum demum cd sit excessus, quo axis cm superat basim ca , ducta df parallela basi, & assumpta df æquali cs , centrum gravitatis fig. cm a est in f .

Coroll. I.

Hinc cum me sit ad df vt 4. ad 1. id est vt rectangulum cy ad rectangulum sub cm . & sub ca , id est, vt semicirculus ad semiquadrantem, erit ca ad df vt quadratū radij ad semiquadrantē; igitur facta libratione & assumpto libræ brachio cx , cū perpendiculo cm , semiquadrans æquipoderabit fig. cm ; sunt enim momēta æqualia scilicet, in composita ex ratione cx ad cy , & ex ratione cy ad cm .

Coroll. II.

Hinc habetur centrum trilinei mka , ducta scilicet eg , æquali eq , & per g , fgb , sit vt cd ad dm , ita fg ad gb erit b centrum quæsitum: res autem ad calculos faciliè reducitur, sit cm 11 erit ca 7. item co , md , igitur cd 4. de * en * nm , vel i K * $1k$ *

Coroll. III.

Hinc utriusque frusti isoparalleli de quo supra in proposit. 8. centrum gravitatis inuenitur, cum enim frustum superius $eabi$ sit homogeneum trilineo oai , per prop. 8. centrum frusti æquè distat à base eab , ac centrum trilinei à base ao ; hæc autem distantia habetur per Coroll. 2. sit ad , ducatur dp parallela ac , dico centrum frusti esse in p ; cum enim sit in cs , item in dp , erit in p puncto communis sectionis: pari modo habetur θ centrum alterius frusti, tum ducta per y recta $p\theta$, tum etiam eadem methodo; cum hoc frustum sit homogeneum fig. sinuum eio . per Coroll. 1. Prop. 8.

Coroll. IV.

Hinc cognoscitur quantitas lineæ dp ; cū enim ac sit ad af , vt dp ad df , & cum ac sit dupla af , erit dp dupla df . igitur posito Axe ai 11. erit df * & consequenter dp erit *

Propos. XI.

Si voluatur fig. sinuum circa basim, genitum ab illa est ad cylindrum eiusdem basis & altitudinis, vt rectangulum sub base & excessu, quo axis superat basim, ad rectangulum sub axe & dimidia axis. Sit enim fig. cm a, rectangulum cy ; voluatur utraque figura circa ax , solida genita sunt in composita, ex ratione figurarum, quæ est co ad cm , & ex ratione distantiarū centri utriusq. ab ax , quæ est cd ad ce , per posit. 9. & prop. 9. igitur genitum à cm a est ad genitū à cy , vt rectangulū sub co , cd , ad rectangulū sub cm , ce ; igitur vt rectangulum sub base & excessu, quo axis superat basim, ad rectangulum sub axe & dimidia axis.

C 2

Coroll.

Fig. 13.

Fig. 14.

Coroll. I.

Hinc habetur genitū à trilineo $m a k$; sublato enim genito à $c m a$ cognito, ex genito à $c y$ cognito, residuum erit genitum à trilineo $m k a$, etiam cognitum; & ut res ad calculos reducatur, genitū à $c y$ sit 121. erit genitum à $c m a$ 56. igitur genitū à trilineo $m k a$ 65.

Coroll. II.

Ut autem inueniatur genitum à fig. $c m a$ reuoluta circa $m k$; sit genito à fig. $c m a$, circa $c a$ reuoluta solidum homogeneous, sub basi quadrato $c m$, & altitudine $c a$; vocetur b . sit parallelepipedum eiusdem basis & altitudinis; vocetur c , sit isoparallelum, sub basi figura $c m a$, & altitudine $c m$, vocetur d , erit c ad d , ut $m c$ ad $m d$; addatur ipsi d , excessus, quo d superat b ; erit c ad aggregatum ex d & predicto excessu, ut genitum à $c y$, ad genitum à fig. $c m a$, circa $m k$ reuoluta, sublato autem hoc genito ex illo, residuum erit genitum à trilineo $m k a$, circa $m k$ reuolutum; hæc eodem modo demonstrantur, quo demonstrata est prop. 7. sed breuius; genitū ab $m a$ est ad genitum ab $m c a$, circa $m k$ reuolutis, ut rectangulum sub $m c$, $m e$, ad rectangulum sub $m d$, $m d$ id est ut 121 ad 98.

Proposit. XII.

Si sit quodlibet segmentum rectum fig. sinuum, eiusdem altitudinis, cum segmento verso eiusdem, erit ad totam figuram ut basis segmenti versi, ad basim totius fig. sit enim fig. sinum $a r b$, quadras $a b d$, segmentum rectum $i l r$ segmentum versum eiusdem altitudinis $c n b$; dico, $i l r$ esse ad $a r b$, ut $c b$; ad $a b$; cum enim $m n$ & $a c$ æquales sint, item $a c$, $u c$; erit $u f$ æqualis $i l$; quia $i a$ æqualis $m r$; igitur $i r$ æqualis arcui $d f$; igitur $i f$ æqualis $i l$; igitur segmentū $i r l$ est ad totam fig. $a r b$ ut $i d$, æqualis $u f$, vel $c b$, ad totam $a c$ per prop. 5.

Coroll. I.

Hinc trapezium rectum $a i l b$ est ad totam $a r b$, ut sinus rectus arcus æqualis altitudini trapezij, scilicet $a i$ ad sinum totum $a b$.

Coroll. II.

Hinc tota figura $a r b$ est ad segmentum $m r n$, ut $a b$ ad $s x$, ad segmentum verò $i l r$, ut $a b$ ad $t d$; item ad trapezium $a m n b$ ut $a b$ ad $t f$; ad trapezium $a i l b$, ut $a b$ ad $a t$.

Propositio XIII.

Solidum sub altitudine basi fig. sinuum procedens per segmenta recta,

recta, sub altitudinibus ordinatim applicatis, axi parallelis, est homogeneous triangulo. sit abc fig. sinuum, ad instar basis, sit item figura sinuum abd , sub angulo recto bad & sub applicatis ordinatim parallelis ba , ob , sint segmenta recta, ut obg , æquale eaf , dico, hoc solidum, sub basi abc , altitudine ad procedens per præfata segmenta recta, quorum vertices ad rectam ad terminantur, esse homogeneous triangulo, v.g. afd , est enim abc ad acf , vel bog , ut ad , bd vel af ad bK , per prop. 12. idē ostendetur assumpto quolibet alio segmento recto; igitur totum solidum $abcd$ est homogeneous triangulo afd .

Fig. 16.

Coroll. I.

Hinc solidum prædictum $abcd$ est dimidium isoparalleli sub basi abc , & altitudine ad ; ut enim triangulum afd est ad quadratum ai , ita solidum $abcd$ ad isoparallelum $abcd$.

Coroll. II.

Hinc solidum quod procedit per rectangula parallela, sub sinu recto, & complementi, applicatis ab , in duabus figuris abc , abd , est æquale priori solido. sit enim qualibet applicata eo , cui alia ef accedat ad angulum rectum oef , eo est sinus rectus arcus æqualis $e b$; & ef sinus rectus arcus æqualis ea ; igitur est sinus complementi primi arcus; igitur rectangulum ef est sub sinu recto & complementi; idem in quolibet alio rectangulo assumpto ostenditur; igitur solidum illud, quod procedit per huiusmodi rectangula, est æquale solidum $abcd$; igitur subduplū isoparalleli sub basi abc , & altitudine ad .

Propositio XIV.

Solidum sub basi quadrante genitore, & altitudine axe figuræ sinuum, procedens per sectores parallelos basi, qui sint in ratione altitudinum, est homogeneous triangulo; sit quadrans alc , altitudo af , æqualis arcui quadrantis cl , sitq. quilibet sector gid , sub arcu id æquali gf , cū eius sinus rectus sit gb , dico præfatū solidū esse homogeneous triangulo afc , quia sector alc est ad sectorem gid , ut arcus cl , ad arcum di , id est ut af , æqualis arcui cl , ad gf æqualem arcui di ; id est ut ac ad go ; igitur solidum & triangulum procedunt per elementa proportionalia; igitur sunt homogenea.

Fig. 17.

Coroll. I.

Hinc prædictum solidum per sectores parallelos procedens est * cylindri sub basi, circulo, cuius radius sit ac , & sub altitudine af .

* 11
8

Coroll.

Coroll. II.

Hinc si accedat solidum eiusdem altitudinis af , procedens per triangula orthogonia, sub base, & altitudine, sinu recto & complementi, erit * solidi isoparalleli, cuius basis sit fig. sinuum, & altitudo eiusdem fig. basis, v.g. sit triangulum $fb d$, sub gb , sinu recto arcus di , vel Kl , æqualis gf , & sub bd , æquali bK sinui recto arcus Ke , æqualis ga ; igitur $gb d$ est sub sinu recto & sinu complementi; idem, quolibet alio assumpto, ostenditur; cum autem hoc solidum per prædicta triangula procedens sit subduplum solidi procedentis per rectangula, sub iisdem sinu recto & sinu complementi, sunt enim homogenea, & eiusdem altitudinis, & quodlibet rectangulum sui trianguli duplum; & cum solidum procedens per prædicta rectangula sit subduplum solidi isoparalleli, sub base, fig. sinuum & altitudine, eiusdem fig. base, per Coroll. I. Prop. 13. erit præfatum solidum procedens per triangula * prædicti isoparalleli.

Coroll. III.

Hinc habetur totum solidum $ac l$, aggregatum scilicet ex procedente per sectores, & ex procedente per triangula; nam procedens per triangula est * præfati isoparalleli, quod est æquale cubo, sub latere ac ; hinc reduci possunt rationes ad calculos; sit 14. parallelepipedum sub basi quadrato c , & altitudine af , erit ad cubum sub latere ac , vt 14. ad 8 * igitur ad procedens per triangula, vt 14. ad 2. * igitur ad quadrantem cylindri, sub basi quadrante alc , & altitudine af , vt 14. ad 11. igitur ad procedens per sectores vt 14. ad 5 * igitur ad aggregatum prædictum vt 14. ad 7 *

Coroll. IV.

Hinc si ex præfato aggregato auferatur solidum procedens per quadrata parallela ai , sub altitudine ac , quod adæquat * cubi, ac proinde 5 * residuum, quod procedit per rectangula parallela ge , erit 1 * quod si addatur solido acc , erit aggregatum 9 *

Coroll. V.

Hinc si sit parallelepipedum sub altitudine ac , & basi quadrato af , erit ad prædictum parallelepipedum, de quo 3. Coroll. vt 22. ad 14. cum parallelepipedum sub quadrato af & altitudine ac , sit ad solidum, quod procedit per quadrata sub af , bb , id est sub arcubus, eiusdemque altitudinis, vt 121. ad 56. per Prop. 11. Coroll. 1, id est vt 22. ad 10 * si ex 10 * auferatur aggregatum 9 * de quo Coroll. 4. residuum erit * id est solidum sub altitudine ac procedens per quadrata sub differentiis Sinuum & arcuum, quod est ad solidum procedens per quadrata sub sinibus, vs 11. ad 98.

Co-

Coroll. VI.

Solidum aec procedit per rectangula parallela ae , sub arcubus & sinubus rectis; sic ae est sub a sinu toto & af æquali arcui quadrantis; item bd sub b sinu recto & bf K sinu recto arcus c K, idem ostenditur, quolibet alio assumpto.

Coroll. VII.

Hinc si fit solidum altitudinis ac procedens per rectangula sub arcubus, & sub compositis ex arcubus & sinubus, ex quo detrahatur solidum eiusdem altitudinis, procedens per quadrata sub arcubus, & quod statuimus, Coroll. 5. esse ad parallelepipedum eiusdem basis & altitudinis ac , ut 10^* ad 22 . haud dubie solidum residuum eiusdem altitudinis ac , procedit per rectangula sub arcubus & sinubus; igitur æquale est solidum aec ; igitur cum aec sit 7^* erit solidum prædictum procedens per rectangula sub arcubus & compositis ex arcubus & sinubus 17^* cui si addatur solidum procedens per quadrata sinuum, item procedens per rectangula sub arcubus & sinubus erit aggregatum 31^* & hoc est solidum altitudinis ac , procedens per quadrata sub compositis ex arcubus & sinubus. habetur etiam parallelepipedum sub altitudine ac , & basi quadrato sub composita ex arcu quadrantis & radio; est enim ad parallelepipedum eiusdem altitudinis, sub basi quadrato af ut 324 . ad 121 . vel 58^* ad 22 .

* $\frac{2}{11}$ * $\frac{8}{11}$ * $\frac{10}{11}$ * $\frac{10}{11}$ * $\frac{10}{11}$ * $\frac{10}{11}$ * $\frac{10}{11}$ * $\frac{10}{11}$ * $\frac{10}{11}$ * $\frac{10}{11}$ * $\frac{10}{11}$ * $\frac{10}{11}$

Propositio XV.

Si figura sinuum duplicata, vel integra, accedant duo trilinea, commissis basibus, tota fig. est homogenea solido genito à fig. sinuum circa axem reuoluta; sit enim erm integra, vel duplicata, figura sinuum, cui accedant duo trilinea edr , adr , commissis basibus in ar ; dico fig. erm esse homogeneam genito à fig. sinuum v. g. eam , circa e reuoluta, nempe ut em ad dt , ita dt ad dr ; acceptisq. df , dc æqualibus, ut em ad cq , sinum rectum arcus, æqualis ca , ita cq ad cx , sinum versum dupli anguli, in quadrante, cuius arcus sit æqualis ad , dimidia ae , & ut em ad fo , sinum rectum arcus æqualis fa , ita fo ad fz , cuius & fy differentia est zy , æqualis cx , per Posit. 6. sed ut em ad dr , ita genitum ab e m ad genitum à dt , & ut em ad fz , ita genitum ab e m ad genitum ab fo , & ut em ad cx , ita genitum ab e m ad genitum à cq ; sunt enim genita ut quadrata; igitur fig. erm est homogenea genito ab eam circa e reuoluta;

Fig. 18

Coroll. I.

Hinc erm est subdupla rectanguli ef , quia prædicto genito est homo.

homogenea; immo cum trilineum $a d r$ sit æquale trilineo $e d r$, erit rectangulum $e K$ æquale fig. $e a r m$ & cum hæc sit homogenea prædicto genito; inde quoque sequitur, prædictum genitum esse subduplum cylindriciusdem basis & altitudinis.

Coroll. II.

Hinc centrum gravitatis figuræ $e a r m$ habetur; cum enim habeatur centrum $e r m$, puta γ ; & trilinei $a c r$, puta δ , ducta $\gamma \delta$, & ita divisa in b , ut $b \gamma$ sit ad $b \delta$, ut trilineum $e r a$ ad $e r m$, id est iuxta rationem Archimedis, ut 7. ad 4. erit b centrum gravitatis questum, ut constat ex dictis.

Coroll. III.

Hinc adhibitis calculis, ductisque $\gamma \pi$, $h \theta$: $e \pi$ est ad $e d$, ut 4. ad 11. & ad $e a$, ut 4. ad 22. & $\sigma \theta$ ad θd , ut 4. ad 7. igitur $d \pi$ sit 11. $\theta \pi$ erit 4. $e \pi$ 6^* $e d$ 17 * $e a$ 34 igitur $e \theta$ ad θa , ut 10 * ad 24 *

Coroll. IV.

Centrum gravitatis geniti à fig. sinuum $e a r m$ circa $a e$ reuoluta est θ ; est enim prædictum genitum homogeneum fig. $e a r m$, igitur centrum utriusque æque distat à basi.

Prop. X V I.

Si voluatur circa axem fig. plana, homogenea genito à figura sinuum, circa axem reuoluta, habetur ratio geniti ad cylindrum eiusdem basis & altitudinis; sit enim $e a r m$ homogenea genito à figura sinuum, de qua supra voluatur circa $a e$, genitum ab ea est ad genitum ab $e f$, in ratione composita ex ratione figuræ $e a r m$ ad $e f$, id est * & ex ratione $i b$ ad $d r$, suppono enim in b esse centrum gravitatis fig. $e a r m$, sunt enim solida prædicta ut momenta utriusque fig. Vibrata in $e a$ Per Posit. 9. & momenta sunt in prædicta ratione composita, ut iam saepe inculcatum est.

Coroll. I.

Hinc inuentum genitum ab $e r m$, quia iam habetur genitum à trilineo $e d r$, per prop. 7. igitur huic æquale genitum à trilineo $a d r$, utroque sublato à genito ab $e a r m$ cognito, residuum erit genitum ab $e r m$; hoc etiam aliter demonstratur, nam genitum ab $e r m$ est ad cylindrum eiusdem basis & altitudinis ut isoparallelum, sub basi $a r m$, & altitudine $e m$, ad parallelepipedum sub basi $e p$, & altitudine $e m$, per Posit. 7.

Corol,

Fig. 19.

* 1
2

Hinc etiam habetur genitum ab m pr, sublati scilicet geniti ab erm & ab edr cognitis, ex genito ab ep cognito.

Prop. XVII.

Habetur centrum gravitatis geniti à trilineo fig. sinuum annexo, circa proprium axem reuoluto, sit trilineum chl , circa cl reuolutū Fig. 11
ab eo geniti centrum gravitatis habetur, ex centris aliorum solidorum cognitis, quorum axis communis est; nempe habetur centrū parallelepipedī sub basi ae , & altitudine ab æquali qy , item solidi procedentis per quadrata ae , ni , sub sinubus, homogenei genito ab abc , circa ab reuoluta, sit t ; item isoparalleli sub basi abc , & altitudine ad , procedentis per rectangula ae , nm ; est enim homogeneum fig. abc , sit x ; & ut differentia vtriusque ad solidum procedens per quadrata a b , ni , ita tx ad xz , erit z centrum prædictæ differentiæ, scilicet solidi procedentis per rectang. parallela gi , est etiam in z centrum alterius solidi æqualis procedentis per rectang. parallela is ; habetur etiam centrum solidi isoparalleli sub basi trilineo clb , & altitudine ce ; sit enim qy diuisa bifariam in θ , & ut isoparallelum prædictum sub basi clb , ad isoparallelum de quo supra, sub basi abc , ita $x\theta$ ad $\theta\delta$, erit δ centrum isoparalleli sub basi clb , sit d enique ut solidum procedens per quadrata parallela bf , ib cognitum, ad solidum procedens per rectangula parallela is , de quo supra, etiam cognitum, cuius centrum est z , ita $z\delta$ ad $\delta\gamma$, erit in γ centrum solidi procedentis per quadrata parallela bf , ib .

Sed hoc est homogeneū genito à trilineo efk circa ef reuoluto, igitur si qy sit axis prædicti geniti, centrum gravitatis illius erit in γ . denique si ut $\gamma\theta$ ad $\theta\epsilon$, ita genitum à cab circa cl reuoluta, ad genitum à trilineo clb erit ϵ centrum gravitatis geniti à cab . pari modo habetur centrum gravitatis geniti à trilineo clb , circa ab reuoluto, si ut hoc genitum est ad genitum ab abc circa ab reuoluta, ita $t\theta$ ad $\theta\beta$, erit β centrum quæsitum.

Prop. XVIII.

Geniti à fig. homogenea genito à fig. sinuum circa axem reuolutis, centrum gravitatis habetur; sit enim prædicta fig. homogenea Fig. 12
 $earm$, circa ea reuoluta: habetur centrum geniti ab utroque trilineo edr , adr , quod est in d ; item geniti ab erm homogenei scilicet solidi isoparallelo sub basi erm , & altitudine em per posit γ , quod est in z , posito quod centrum cognitum fig. erm sit in x ; ita porro ed diuidatur in i , ut zi sit ad id ut genitum ab utroque trilineo edr , adr est ad genitum ab erm , erit i centrum geniti à fig. $earm$.

D

Prop.

Si prædicta fig. homogenea genito à fig. sinuum. vt supra dictum est, voluatur circa basim, habetur ratio solidi geniti ad cylindrum eiusdem basis & altitudinis; sint eadem vt supra, & voluatur figura $e a r m$ circa $e m$; sit centrum fig. b , solidum genitum est ad cylindrum in composita ex ratione $e d$ ad $e a$, & ex ratione $l b$ ad $e d$, id est vt rectangulum sub $e d, l b$, ad rectangulum sub $e a, e d$, id est vt $l b$ ad $e a$; sunt enim solida genita in composita figurarum & distantiarum centrorum à communi axe, circa quem fit reuolutio, per posit. 9.

Coroll. I.

Hinc habentur etiam alia genita, scilicet $a b e d r m$; quia habetur genitum $a b e r m$, per prop. 11. item genitum à trilineo $e d r$, per Coroll. 1. Prop. 11. igitur aggregatum ex utroque, igitur genitum $a b e d r m$; item habetur genitum à trilineo $a d r$, sublato enim genito $a b a d r m$, ex genito $s b e a r m$, residuum erit genitum $a b a d r$; item habetur genitum $a b s m r a$, nam sublato genito $a b e a r m$, ex cylindro genito $a b e s$, residuum dabit genitum $a b s m r a$; ex quo si auferatur genitum à trilineo $m p r$ cognitum, residuum dabit genitum $a b s p r a$.

Coroll. II.

Habetur etiam genitum $a b e a r m$ circa m reuoluta; sublato enim genito $a b s m r a$ cognito, ex cylindro genito $a b m a$, residuum dabit genitum $a b e a r m$.

Prop. XX.

Habetur centrum gravitatis geniti $a b e a r m$ circa $e m$ reuoluta; habetur enim centrum geniti $a b e r m$, quod est n ; item geniti $a b$ utroque trilineo $e d r, a d r$, homogenei solido isoparallelo sub basi $e a r$ & altitudine $e a$; cum autem centrum trilinei $e a r$ cognoscatur per Coroll. 2. Prop. 10. sit in q ; ducta $q u$, centrum geniti $a b e a r$ est in u ; ita Demum diuidatur $u n$ in o , vt $o u$ sit ad $o n$, vt genitum $a b e r m$ est ad genitum $a b e a r$, erit e centrum gravitatis geniti $a b e a r m$, res facile ad calculos reduci potest.

Prop. XXI.

Fig. 20 Inuenitur ratio geniti à quolibet segmento figura sinuum: sit fig. sinuum $d a s$, segmentum quodlibet $a q b$, sit fig. $d a s l$ homogenea genito à fig. sinuum, de qua supra: erit genitum $a b a q b$ ad genitum à $d a s$, vt trilineum $t a x$, ad totam $d a s l$ sit $d e x$ qualis $a t$, sit etiā fig. sinuum $d f u$, scitur ratio $d f u$ ad $d a s$, quæ est * scitur etiam ratio $d a s$ ad $a l$, quæ est * igitur ex his habetur ratio $d a s$ ad $d a s l$, quæ est dimidia $a l$ igitur scitur ratio $d a s l$ ad trilineum $d e p$ igitur & geniti à $d a s$ circa $d a$ reuoluta, ad genitum à segmento $t a q$.

Aliter

Aliter; scitur ratio rectanguli dK ad dg æquale fig. daf ; item ad trapezium dpi , quo sublato ex dK , residua sunt trilinea dcp , lk ; igitur habetur ratio rectanguli dg ad trilineum dcp .

Coroll. I.

Hinc traducto segmento taq in dcz , constructaq. fig. sinuū c in K , producto axe fm , ac tandem diuisa un bifariam, ducta ry parallela ls ; si duo trilinea lK , dce librentur in yr , erit æquipondium; ut enim iK ad de , ita quælibet parallela iK , ad quamlibet parallelam de , æquidistantem ab ry ; sed ut dce ad lK , ita genitū $à taq$, vel dcz , ad genitum ab fy ; nempe ut genitum $à dz$ est æquale genitorum $à dy$, ita genitum $à$ qualibet parallela dz , est æquale genito $à$ parallela dy , æquidistante ab yr ; igitur genitorum $à dcz$, & fy libratorum in yr momenta sunt æqualia; item genitum $à cd/z$, nempe ut pi est æqualis eb , & quælibet alia parallela pi æqualis alteri parallelæ æquidistante ab or , ita genitū $à cd$, æquale genito ab fz ; & quodlibet aliud genitū $à$ parallela cd , æquale genito ab alia æquidistante ab yr .

Coroll. II.

Hinc habetur distantia centri grauitatis segmenti taq ab axe ta ; cū enim habeatur ratio geniti $à taq$ ad genitū $à$ rectangulo sub ta , tg ; item ratio segmenti taq ad prædictū rectang. cum genita sint in composita ex rationibus figurarū & distantiarum centri vtriusq. ab axe communi ta ; cum demum habeatur distantia centri rectanguli prædicti, quæ est dimidia tg , inde habetur alia distantia, centri scilicet taq ab eadem ta ; quod ut clariùs appareat; sit ratio genitorum ab , ad ; sit ratio figurarum ab , ac ; sit be distantia cognita, scilicet cētri rectanguli ab axe communi; sint rectangula ae , ag , ab ; ducantur Kc , fi ; erit fg distantia quæsitā, suntque rectangula ae , lg , ut ab , ad , & in composita ex rationibus ab ad ac , & be ab fg .

Coroll. III.

Hinc habetur distantia centri grauitatis trapezij $dagz$ ab axe ad ; quia scitur distantia centri rectang. dq ; itē segmenti taq . igitur aggregati ex utroq; itē habetur distantia centri grauitatis trapezij $dtqf$, ab axe da , cū habeantur distantie totius daf , & partis taq , habetur etiā alterius partis.

Coroll. IV.

Hinc habetur distantia centri grauitatis segmenti versi zqf ab eadem dt ; cum scilicet habeantur distantie totius $dtqf$, & alterius partis scilicet rectang. dq , habetur etiā distantia cētri alterius partis, scilicet segmēti zqf ; igitur & distantia centri eiusdem zqf ab axe zq ; igitur habetur genitū $à$ segmento zqf , circa zq reuoluto; est enim

D 2

enim ad cylindrū eiusdem basis & altitudinis, in cōposita ex ratione $z q f$, ad $z t$, & ex ratione distantie centri, $z q f$ ab ipsa $z q$, ad dimidiam $z d$.

Coroll. V.

Hinc descripto quadrante $d f t$, cū habeatur perpendiculū cadens in $z f$, à centro gravitatis segmenti $z q f$, item perpendiculum cadens in $z f$ à centro gravitatis $z t f$, habebitur etiam perpendiculum cadens in eandem $d f$, à reliqua figura $f q t$.

Propositio XXII.

Fig. 22.

Figura homogenea genito à fig. sinuum circa axem reuoluta, est æqualis circulo, cuius diameter sit basis fig. sit prædicta fig. homogenea $a f i b$, sit semicirculus $a K b$; cū hic sit æqualis reſtang. $a t$, ac proinde circulus integer æqualis reſtang. $a h$, cui $a f i b$ æqualis est, erit hæc æqualis circulo.

Coroll. I.

Ductis quotlibet parallelis $a f$, vt $c t$, $f u$, $x z$: vt $a f$ est æqualis arcui $a k b$, ita $c r$ arcui $o n b$; $x m$ arcui $n b$; de $x m$ patet ex constructione lineæ sinuum $i m b$; cum enim $f x$ sit sinus arcus $K n$, æqualis scilicet $m z$, erit $x m$ æqualis $n b$, nempe supponitur $f i$ æqualis arcui $K b$; cum autem $r t$ sit æqualis arcui $o a$, erit $c r$ æqualis arcui $o K b$; idem quælibet alia assumpta ostenditur.

Coroll. II.

Hinc sublato semicirculo $a K b$, reliquum fig. est æquale semicirculo; & fig. sinuum $a f x b$, est æqualis quadrato sub $a b$; foliū deniq. $b i f z b$ æquale differentie prædicti quadrati & circuli sub diametro $a b$.

Coroll. III.

Si ex centro gravitatis fig. $a f i b$ cadat perpendicularis in $a b$, putata in d , erit $a d$ ad $d b$, vt 3. ad 5. nempe ex centro $a i b$ cadit in f , itē ex centro trilinei $a p i$ cadat in b , sit $f a$ 7. erit $a b$ 2. * ita diuidatur $b f$ in d , vt $b d$ sit ad $d f$, vt $a p i$ ad $a i f$, id est vt 4. ad 7. vel vt 16. ad 28. erit $d f$ 1 * igitur $d a$ 5. * $d b$ * igitur $a d$ ad $d b$, vt 5. * ad 8 * vel vt 21. ad 35 id est vt 3. ad 5, hinc in 8 partes æquales diuidatur, $a d$ erit trium, $d b$ quinque huiusmodi partium.

Coroll. IV.

Si ex centro fig. sinuum $f i b$ cadat perpendiculum in $g i$ erit $f g$ * totius $f i$, & vt $f h$ ad $f g$, ita quadratum sub $f b$, ad semiquadrantem circuli sub radio $f b$; igitur suspensa ex f fig. $f i b$, perpendiculo $i f$, brachio libræ $a f$, semiquadrās in a faciet æquipondium, vel æquale momentum; cum enim momenta sint in composita quantitate & distan-

distantiarum, momentum in g est ad momentū in a , ut rectangulum sub $f b$, $f g$, ad rectangulum sub $f g$, $f b$; nempe in g est quantitas $f b$, distantia $g f$, in a verò, quantitas $f g$, distantia $f a$, vel $f b$, igitur utrimque momenta æqualia.

Coroll. V.

Si sit $b d$ æqualis $a f$; item $f y$ æqualis $f i$; fiatque linea sinuum $y \beta d$, erit figura $i b d y f$ æqualis & homogenea rectangulo $l y$; ut enim $b d$ est æqualis $l \theta$, ita βm æqualis πz ; idem qualibet alia assumpra ostenditur; igitur prædicta fig. est homogenea rectangulo $l y$; igitur eidem æqualis, cum sit æqualis altitudinis $b f$, & æqualis basis $b \theta$; igitur prædicta fig. est æqualis circulo sub radio $f b$, igitur & fig. $a f i b$.

Coroll. VI.

Si prædicta fig. appendatur ex f , perpendicularo $i f$, brachio libræ $a f$ semicirculus $a K b$ in a faciet æquipondium: nam diuisa $b f$ bifariam in x , ducta $z x \beta$ it per centrum figuræ igitur momentum in x est æquale momento in a , cum ratio ponderum sit * & distantiarum * igitur composita * igitur momenta æqualia; idem fiet si appendatur perpendicularo $i b$ brachio libræ $b y$, æquali $b f$

Coroll. VII.

Sit idem perpendicularum $i b$, & brachium libræ $b y$, pro fig. sinuū $f i b$ appensa, quadratum sub $b f$ minus * circuli, facit æquipondium, ut patet; pro reliqua verò fig. $f y d b$ faciunt æquipondium * eiusdem circuli, minus quadrato sub $b f$

Coroll. VIII.

Si vero sit perpendicularum $a p$, brachium libræ $a e$, æqualis $a f$, pro fig. $a f i b$ appensa, æquipondium facient * eiusdem circuli, minus quadrato sub $a f$, quia æqualis est fig. $b d y f$ iam appensæ perpendicularo $i b$, eiusdemque positionis; pro fig. autem sinuum $f i b$ appensa perpendicularo $a p$ æquipondium faciet * eiusdem circuli, plus quadrato sub $a f$; igitur ratione totius fig. $a f i b$ appensæ æquipondium facient * prædicti circuli, quia si addantur * minus quadrato * plus quadrato, erit sūma * igitur ut 8. ad 6. seu 4 ad 3. ita $e a$ ad $a d$, cadit enim a centro fig. $a f i b$ perpendicularis in d , sed $a f$ est æqualis $a e$; igitur $a d$ est ad $d b$ ut 3. ad 5. ut iam supra ostensum est.

Coroll. IX.

Si supponatur circulus integer, eodē centro a , cū distantia $a f$, $e f$ sint æquales, ad æquipondium, tantūdem accedat oportet momento e . igitur * circuli; igitur momentum e cōponunt * circuli, oppositū vero momentū æquale cōponunt * circuli; igitur distantia sunt in eadē ratione, permutando, igitur ut 12. ad 10. vel 6. ad 5. ita $e a$, ad aliam

v. g.

Fig. ao , in o cadet perpendicularis à centro fig. cū autē a sit æqualis ae , sit ab 12. erit ao 5, & ob 7.

Coroll. X.

Hinc si fig. $asib$ voluatur circa as genitum est ad cylindrum eiusdem basis & altitudinis vt 3. ad 8. est enim in composita ex ratione fig. $asib$ ad rectangulum sub as , ab , quæ est * & ex ratione ad ad as , quæ est * igitur composita est.*

Coroll. XI.

Si supponatur circulus integer centro a , & voluatur fig. vt supra, ratio geniti ad cylindrum habetur, scilicet composita ex ratione fig. $asib$, plus semicirculo, ad rectangulum sub ab & as , plus as , & ex ratione ao ad as .

Coroll. XII.

Si ex fig. $asib$ detrahatur semicirculus, vt maneat æquipondiu, reliquis vt supra stantibus, debet detrahi semicirculus id est * momento; igitur remanent * pro eodē momento e ad æquipondium, igitur cum ratio ponderum sit * ratio distantiarum erit * igitur si sit ac subdupla ae , vel as , in e cadet perpendicularis à centro gravitatis fig. $asib$, detracto semicirculo aKb .

Coroll. XIII.

Si voluatur fig. $asib$ detracto semicirculo aKb , genitum est ad cylindrum vt 1 ad 8. scilicet in composita ex ratione fig. ad rectangulum sub as , ab , quæ est * & ex ratione ac ad ae , quæ est * igitur composita est * hinc genitum à tota $asib$ est triplum prædicti geniti, & genitum à semicirculo aKb duplum. Hinc assumpto circulo integro, genitum à fig. est ad cylindrum sub eadem basi & altitudine as vt 5 ad 8. nempe genitum à semicirculo est ad prædictu cylindru vt 2 ad 8. igitur genitum à circulo vt 4 ad 8. genitum à residuo vt 1 ad 8. igitur genitum à toto vt 5, ad 8.

Coroll. XIV.

Habetur centrum fig. $asib$, ducatur enim à centro fig. $asib$ cognitio recta ad centrum trilinei asf cognitū, eritq. centrū totius fig. illud in quo recta prædicta secat perpendicularē cadentē in d . puta o .

Coroll. XV.

Hinc habetur genitum à fig. $asib$ circa ab reuoluta: est enim ad cylindrum eiusdem altitudinis & basis vt rectangulum sub as , d ad rectangulum sub ab , ap . scilicet in composita ex ratione fig. ad rectangulum, & distantie d ad distantiam ap .

Ita.

Itaque, ut breui summa complectar, sit $befc$ similis prioris item $befa$, accedant $bgbc$, $bgia$; sint duo semicirculi sub ab , bc diametris; item fig. sinuum bfc , bfa ; sit fs æqualis ml , ac ceteræ similiter reliquis sinibus, cum linea ade terminante; deniq. sit figura sinuum aib , semicirculus bxa , parallela or , zu , &c. his positis, si circa eg voluatur $befc$, genitum est ad cylindrum eiusdem basis & altitudinis ut 3. ad 8. Si subtracto semicirculo reliquum figuræ voluatur, genitum est ad cylindrum ut 1. ad 8. Si voluatur figura semicordis $bgial$ genitum est ad prædictum cylindrum ut 5. ad 8. pari modo habetur genitum à bfc , quod est ad cylindrum eiusdē altitudinis ut quadratum radij ad semicirculū, itē genitū à trilineo bfe .

Coroll. XVI.

Si voluatur fig. $befa$ circa tangentem in a , genitum est ad cylindrum eiusdem basis & altitudinis ut 5. ad 8. scilicet in composita figurarum * & distantiarum à centro * Si voluatur tota aec , erit genitum dimidium cylindri, sub eadem base & altitudine; est enim ratio distantiarum æqualitatis; igitur genita sunt ut fig. si subtracto semicirculo voluatur residuum fig. $befa$, erit genitum ad cylindrū ut 3. ad 8. composita scilicet ex ratione figurarum * & distantiarum * si subtracto utroque semicirculo, voluatur residuum totius figuræ aec , quod est ad instar lilij, erit genitum ad cylindrum ut 1. ad 4. quæ est ratio figurarum; sunt enim distantie æquales; si voluatur fig. semicordis erit ad cylindrum sub altitudine bg & basi genita ab ab , ut 7. ad 8. si demum totum cor, erit genitum ad cylindrum sub altitudine bg & basi genita ab ac ut 6. ad 8. nempe genitum à fig. aec est ad prædictum cylindrum, ut 4. ad 8, genitum à lilio ut 2. ad 8 igitur genitum ab utroq. semicirculo ut 2. ad 8. igitur genitum à corde, id est à fig. simul & duplici semicirculo, est ut 6. ad 8. Hinc genitum à semicorde circa bg reuoluto, est æquale genito à $befa$ circa tangentē a ; item genitū à fig. $befa$ circa b , æquale genito à residuo eiusdē fig. cui sublati est semicirculus, circa tangentem a ,

* 1
2
* 5
4
* 3
4
* 3

Coroll. XVIII.

Si fiat reuolutio circa ac , cum habeatur ratio fig. & distantiarum à centro, habetur ratio genitorum, quæ est composita ex utraq. habetur autem centrum tum fig. aec , tum lilij, ut patet: item facta reuolutione circa tangentem, habetur genitum à fig. $befa$; sublato enim ex cylindro, genito ab eadem, circa ba reuoluta, residuū dabit genitum ab eadem fig. circa tangentem e . item habetur genitum à residuo fig. $befa$, subtracto semicirculo; nempe habetur genitum à semicirculo alb , circa tangentem e reuoluto, est enim dimidiū cylindri sub altitudine ba , & basi genita ab eb , minus sphaera sub diametro

tro

tro ab ; sublato vero genito à semicirculo, habetur genitum à residuo; igitur genitum à lilio; igitur & genitum à trilineo bfe , ite genitum à fig. e/aig , quod est dimidium cylindri; cū enim distantia sint æquales, genita sunt ut fig.

Coroll. XVIII.

Si voluatur circa tangentem g , fig. semicordis, habetur genitum ab illa; nempe habetur genitum à semicirculo alb ; & ut parallelepipedum sub quadrato gb , & altitudine ba , ad cylindrum sub altitudine gb , & basi circulo $axbl$, plus solido homogeneo hemisphaerio, procedente per quadrata sinuum, sub altitudine ab , ita genitum à rectang. ga , circa g reuoluto, ad genitum à semicirculo alb ; sublato igitur genito à $befa$, circa b reuoluta, ex genito à rectangulo ga , circa g reuoluto, residuum, cum genito à semicirculo, dabit genitum à semicorde circa g . hinc habetur genita ab integro circulo $axbl$, ab integra cordis fig. à lilio, à gemino lilio, sublato utrimq. circulo; cūq. hæc ad calculos reduci possunt, supposita ratione archimedea.

Coroll. XIX.

Centrum gravitatis geniti à $befa$ circa be reuoluta facile inuenitur; nempe centrum geniti à trilineo bfe est in d geniti vero à bfa æquè distat ab ac , ac centrum fig. bfa . igitur habentur in eb cōtra genitorum à bfa , & bfe ; igitur habetur centrū geniti ab utroq. scilicet quæsitum. Habetur etiam centrum geniti à bxa ; igitur cōmune geniti à bxa & bfa ; igitur geniti $befa$, item geniti à residuo $befa$, cui sublatus est bfa ; igitur & centrum geniti à fig. cordis.

Coroll. XX.

Fig. contenta curua ade & curua afe , est homogenea semicirculo alb , & eidem equalis, ut patet; item equalia genita à $befa$ & $beda$; item residuum fig. $befa$, sublato semicirculo bfa , æquale est fig. $befa$; item genita ab utraq. equalia; item habetur genitum ab mfa , circa ma , quod est homogeneum solido procedenti per quadrata arcuum cognito; item genitum ab mda , circa ma , quod est homogeneum solido procedenti per quadrata compositarum ex arcubus & sinubus, etiam cognito, per Coroll. 7. Prop. 14. solidum vero procedens per quadrata compositarum ex arcubus & sinubus, il , & iu , est æquale procedenti per quadrata md , & parallelarum terminatarum ad curuam ade ; item æquale procedenti per quadrata il , gr , &c. deniq. si parallelepipedo sub quadrato gb , & altitudine bm auferatur bis isoparallelum sub basi trilineo lfb , minus solido procedente per quadrata sub lf , & alijs differentijs arcuum & sinuum, sub altitudine bg , cognito per Coroll. 5. Prop. 14. residuum dabit solidum sub altitudine bm , procedens per quadrata gb , or , il , æquale

æquale procedenti per quadrata $be, m d$, sub eadē altitudine; hinc habetur totū solidū sub altitudine ab , procedens per quadrata $be, m d$ &c. hoc autem est ad parallelepipedū sub altitudine ab & basi quadrato be , ut genitum à fig. $bed a$, circa ba reuoluta, ad cylindrū eiusdem altitudinis, & basis; hæc toties demonstrata sunt, ut repetere pudeat

Proposit. XXI^{II}.

Semicyclois terminat compositas ex arcibus & sinibus ordinatim applicatas diametro circuli; ut hæc, cū ijs, quæ dicenda sunt, intelligantur & demonstrentur, aliquid nouæ constructionis adhibendū est. sit cb diameter semicirculi bdc , insistens ad angulos rectos ipsi cg , ductisq. quocūque parallelis ot, ai, kx , sit ln æqualis arcui lb , item df æqualis arcui dlb , & arcui plb , og demū arcui semicirculi cdb , & per extrema puncta $b nfg$ curua ducta censeatur: præterea semicirculus cdb ita moueatur in cg , motu centri recto per ai , & motu orbis circa a , ut motus vterq. æqualis sit & simul fiat: præterea assumatur lm , æqualis $k l; de$, æqualis $ad; pg$, æqualis op ; idēque fiat in qualibet assumpta, & per extrema puncta $b m e q c$ curua ducatur; sit deniq. curua $crfb$ similis priori $b nfg$, & fig. sinuū $i y b$; his positis, demonstro, lineam $b nfg$ esse semicycloidem, hoc est lineam curuam descriptam à puncto b , in prædicto motu semicirculi, per Def. 2. moueatur b motu orbis per arcum bd , recedit à bc spatio ad id est sinus arcus db ; simul autem moueatur motu cētri, æquali motui orbis, recedit à bc spatio df , æquali arcui db ; nam æquales motus, æqualibus temporibus, supponunt spatia æqualia; igitur utroque simul motu punctum b recedit à bc spatio af , & cum decurso arcu bd sit in linea ai , erit in f ; eodem modo probabitur, decurso arcu bl , punctum b esse in n ; decurso arcu plb , esse in f ; decurso arcu cdb , esse in g , denique decurso quolibet arcu, terminare applicatam.

Ut autē omnis ambiguitas tollatur, aliquot definitiones nominis subnecto; vocetur semicyclois, curua bng ; fig. semicycloidis $c bfg$; axis bc ; basis cg ; circulus genitor bdc , ordinatim applicata af ; segmentum rectū kbn ; segmentū versū yfg ; trapezium rectū $ekng$; trapezium versum $cbfy$.

Coroll. I.

Quodlibet segmentū ordinatim applicatæ, inter arcū semicirculi cdb & curuam bfg interceptum, æquale est resecto arcui; v. g. df æqualis arcui resecto db ; ln , æqualis arcui lb ; pf , æqualis arcui plb .

Coroll. II.

Hinc linea curua ade de qua fig. 23. est semicyclois; & $bade$ fig. cycloidis.

Corol. III.

Hinc rectæ definita supra semicyclois, tū per motum rotæ, vel circuli

E

culi

culi in plano, ita ut motus orbis & centri æquales sint; tum per ordinatim applicatas diametro circuli, cōpositas ex sinibus & arcibus

Corol. IV.

Fig. bcc est homogenea semicirculo bdc ; ut enim ade est ad ae , ita Kl ad Km , &c. vocetur terminas duplas sinuum; est autē ellipsis, ut patet; item fig. cōtenta curvis bcd & bed est vtriq. homogenea.

Corol. V.

Fig. cōtenta curvis bcc & bfg est homogenea trilineo bhg inēpe ef est æqualis fi , est enim ef differentia sinus ad & arcus db ; itē fi plus da æquat arcum dc igitur fi æqualis ef , item st plus op , æquat arcum pc ; igitur subtracto ex ot , arcu pc , plus po , residuum est qs ; assumpta autem Kb æquali oc , subtracto ex Kx arcu lb , æquali pc , vel ln , plus Kl , æquali op , idest, subtracta tota kn , residua nx , erit æqualis qs ; idem ostenditur qualibet alia assumpta; igitur sunt fig. homogeneæ. aliter ostenditur; cū op plus st sit æqualis arcui pc , & consequenter rectæ pr ; sitque pq æqualis po , erit qr æqualis st ; pari modo mn est æqualis ux , igitur nu , æqualis nx ; igitur trilineum gbq , homogeneū fig. cōtenta curvis ccb & cfb , & recta bb ; igitur & æquale, per Posit. 1. Hinc etiā æqualis semicirculo cdb fig. cōtenta curvis cdb , ceb .

Coroll. VI.

Hinc trilineū gfi æquale trilineo efb , item trapezium $cefg$ æquale trapezio $cfig$.

Coroll. VII.

Trilineum dfb est homogeneū fig. sinuum iyb ; ut enim df est æqualis iy , ita ln æqualis xz , scilicet arcui lb ; idem dico, qualibet alia assumpta, igitur trilineū homogeneum fig. igitur & æquale,

Propos. XXIV.

Fig. cycloidis adæquat tres circulos genitores, vel quod idem est fig. semicyloidis æquat tres semicirculos. Hanc propositionem nō nulli iam demonstrarunt, ut Torricellus in appendice de dimensione cycloidis, ego ab eo inuenta non retrudo, sed meo modo quadruplici demonstratione rem explano.

1. rectangulū ci est æquale circulo genitori, per Coroll. 2. Posit. 2. trilineum $gifi$ æquale trilineo efb , per Coroll. 6. abe æquale semicirculo per Corol. 5. igitur abe plus ci , vel quod idem est fig. semicyloidis cbg , æqualis tribus semicirculis.

2. cb æquale est duobus circulis; ceb æqualis circulo; igitur residuum æquale circulo; sed residui dimidium est trilineū gbb per Coroll. 5. igitur æquale semicirculo; igitur aliud dimidium cōtentum curvis

curvis $b e c, b f g$ & recta $c g$ æquale semicirculo; igitur tota fig. $c b g$ æqualis tribus semicirculis.

3. $d f b$ trilineū æquale fig. sinuum $i y f$, per Coroll. 7. igitur quadrato sub $a b$ per Coroll. 1. Prop. 3. trapezium $c a f g$ æquale circulo minùs trilineo $g i f$, item trilineum $e f b$ differentia quadrantis & quadrati; igitur $a b f a d$ æquat semicirculum plus prædicta differentia; trapezium adæquat circulum minùs eadem differentia, igitur vtrumque simul, id est tota fig. $c b g$ adæquat tres semicirculos.

4. Fig. semicordis est æqualis tribus semicirculis, vt fusè ostensū est Prop. 22. hæc autē est æqualis fig. $c b g$, quia homogenea; vtraque enim procedit per applicatas compositas ex arcubus & sinubus, per Coroll. 2. igitur fig. semicloidis adæquat tres semicirculos; igitur tota fig. c , cloidis tres circulos genitores.

Coroll. I.

Señtio cōtenta recta $b g$, & curva $b f g$, æqualis est semicirculo, quia triangulū $c b g$ adæquat circulū.

Coroll. II.

Trilineum $d f b$ æquale quadrato sub $a b$; quia triangulum $a b d$ æquale quadranti, & fig. $a b f$ æqualis quadranti plus quadrato.

Coroll. III.

Trilineum $l b n$, plus Trapezio $c p f g$ adæquat rectangulum $K b$, quia $p q c$ æquale $k b l$; $q r c$ æquale $x b u$; denique trapezium $c r f g$ æquale trapezio $b n u b$; idem qualibet alia assumpta, ostenditur: est autem $K b$ ad circulum vt $b K$, ad $b a$; hinc trapezium $d l n f$, plus $d p f f$ est ad circulum, vt $a k$ ad $a b$. Hinc cylindrus sub altitudine $K b$, & basi circulo sub radio $a b$, est æqualis isoparallelo, sub basi $k b$ & altitudine $a b$, sunt enim in composita ex ratione basium, quæ est $b a$ ad $b k$, & altitudinum, quæ est $b k$ ad $b a$.

Coroll. IV.

$d e b$ æqualis est quadranti, quia $e f b$ trilineū æquale est differentia quadrantis & quadratis item $d f g$ æqualis bis segmento circuli contento arcu quadrantis & subtensa $c d$, item curva $c f g$ diuidit bifariā triangulum $b g b$; item trilineum $c f g$ continet quater prædictū segmentum; igitur est duplum trilinei $d f g$.

Proposit. XXV.

Habetur ratio dati cuiuslibet segmenti recti fig. cycloidis ad totā fig. sit primò segmentum $a b f$, est ad $c b g$ vt quadrans plus quadrato, sub $a b$, ad tres semicirculos, id est iuxta rationem archimedeā, vt 25. ad 66. sit deinde aliud segmentū puta $k b n$, scitur ratio $l b n$ vel $x z b$ ad quadratū sub $a b$, per p. 6. igitur ad quadrantem; scitur etiā ratio semisegmenti $K b l$ ad quadrantē, est enim æquale rectangulo sub dimidia $l u$, & $a b$, minùs triang. $a K l$; igitur habetur ratio

E 2

feg.

segmenti kbn ad quadrantem; igitur ad totam cbg , quæ continet 6. quadrantes. Haud aliter habetur ratio segmenti obf , quia habetur ct . item gt æquale mn ; quo sublato ex ct , & residuo sublato ex tota cbg , residuum erit obf . vel breuius; cum em sit æquale fie , datis, oi , abe , & mn , habetur obf æquale prædictis simul sumptis.

Propos. XXVI.

Habetur centrū grauitatis fig. cycloidis; sit semicycloidis fig. cbg , detracto semicirculo cdb , residuū est homogeneous fig. $homogeneæ$ genito à fig. sinuū, circa axem reuoluta, cum vtraq. fig. procedat per applicatas æquales arcibus; sed perpendicularis cadens a centro prædictæ figuræ homogeneæ ita diuidit basim vt segmenta sint in ratione * per Coroll. 3. Prop. 22. igitur à centro figur. contentæ curuis bdc , bfg & recta cg perpendicularis cadens in axem bc , ita illum secat, vt segmentum versus b sit ad segmentum versus c , vt 5. ad 3. Si verò prædictæ fig. homogeneæ accedat semicirculus, eo modo, quo dictum est supra, perpendicularis à centro cadens in axem, ita illum secat, vt segmenta sint in ratione * per Coroll. 9. Prop. 22. sed fig. addito semicirculo est homogenea fig. cbg per Coroll. 2. Prop. 23. igitur à centro fig. cbg perpendicularis cadens in axem, ita illū secat, vt segmentum versus b , sit ad aliud versus c , vt 7. ad 5. Hinc si cb sit 12. partiū equalium, assumptis à vertice b septem illarū, ibi erit centrum fig. cycloidis.

Coroll. I.

Hinc cuiuslibet segmenti recti fig. cycloidis centrum grauitatis habetur; sit v. g. abf ; habetur centrum grauitatis fig. iyb , per Prop. 10. ducta igitur ab hoc centro, perpendiculari in ba , ibit per centrum trilinei homogenei dfb , per Posit. 8. pari modo habetur centrum quadrantis adb , & ducta ab eo perpendicularis in ab ; porro ita diuidatur segmentum axis perpendicularibus interceptum, vt pars versus b , sit ad aliam versus a , vt quadratum ad quadrantē, ibi erit centrū segmenti abf . vt autem aliquid calculi adhibeamus, centrū abd facile habetur. cū enim ratio figurarū id est quadrati sub ad & quadrantis adb sit * item ratio solidorū genitorū, scilicet reuolutione circa ad , * & altera distantiarum sit dimidia ab , v. g. 7. erit altera distantia 5. * hæc est distantia centri grauitatis quadratis ab 22. posito quod ab sit 14. igitur erit distantia partium 5. *

Sit aliud segmentū kbn , habetur distantia centri grauitatis segmenti xzh ab axe xz per Coroll. 4. Prop. 21. igitur & fig. lnb homogeneæ; scitur item distantia centri segmenti k/b , ab eadem K/b ; igitur si fiat vt supra, habetur distantia centri totius kbn , ab eadem kn ; sit demū segmentū obf ; habetur centrū abf item Kbn , igitur & alterius partis aKn , item abe , & kbm , igitur efb , item emn . igitur

* $\frac{1}{11}$
* $\frac{3}{2}$
* $\frac{31}{33}$
* $\frac{1}{4}$
* $\frac{1}{2}$

igitur & *f i e f*, item *o i*, igitur *o a f f*; igitur & totius segmenti *o b f*, vt
autem hæc ad calculos reducantur, supponitur circuli quadratura.

Coroll. II.

Hinc etiam aliarum partium fig. cycloidis in Axe *b c*, habentur centra grauitatis, v.g. *m n b*; cum enim habeatur centrum totius segmenti *k b n*; item *k b m*; habebitur etiã alterius partis *m n b*; item *f i g*, & *h u*, quæ sunt fig. homogeneæ trilineo *m n b*; habetur item trilinei *e f g* cum habeatur, tum totius *c b g*, tum partis *c e b*; item *c o f g*; item fig. contentæ curuis *b e c*, *b f g* & recta *c g*, habito scilicet centro totius *c b g* & partis *c e b*, igitur & trilinei *g h b*; item *c e f g*; itẽ *f i b b*; item sectionis contentæ recta *b g* & curua *b f g*, cuiuslibet deniq. trapezij.

Prop. XXVII.

Si voluatur fig. cycloidis circa basim, genitum est ad cylindrum eiusdem altitudinis & basis circuli sub radio axi fig. æquali, vt 5. ad 8. sit fig. semicycloidis *c b g*, voluatur circa basim *c g*, genitum est ad cylindrum genitum à rectang. *c b*, vt 5. ad 8. scilicet in composita ex ratione figurarum * & distantiarum * quæ est * vel * nempe distantia centri figure *c b g* à *c g*, est ad *c a*, vt 5. ad 6. per Prop. 26. adde quod fig. *c b g* est homogenea fig. semicordis, & genitum ab illa genito ab ista homogeneum est autem genitum à figura semicordis ad cylindrum, vt 5. ad 8. per Coroll. 15. Prop. 22. igitur & genitum à *c b g* ad cylindrum genitum à *c b*, vt 5. ad 8. idem dicendum est de genito à tota fig. cycloidis ad cylindrum sub basi circulo genito à *c b*, & altitudine dupla *c g*.

Coroll. I.

Hinc genitum à trilineo *g h b* est ad genitum à fig. *c b g* vt 3. ad 5. ad cylindrũ verò vt 3. ad 8.

Propos. XXIII.

Genitum à fig. semicycloidis circa basim reuoluta, sublato semicirculo genitore, est ad prædictum cylindrum vt 3. ad 8. hæc enim est homogenea figur. homogeneæ genito à fig. sinuum, circa axem reuoluta igitur genita ab vtraque, homogenea; sed, genitum ab altera est ad cylindrum vt 3. ad 8. per Coroll. 15. Prop. 22. igitur & genitum ab altera ad suũ cylindrũ vt 3. ad 8. sit enim prædicta fig. cõtenta curuis *b d c*, *b f g*, & recta *c g*, circa *c g* reuoluta, genitũ est ad cylindrum in composita ex ratione distantiarũ, quæ est * per Prop. 26. & Coroll. 3. prop. 22. & ex ratione figurarum, quæ est * sed ex his composita est * igitur prædictũ genitum est cylindrũ vt 3. ad 8.

Coroll. I.

Hinc genitũ à prædicta fig. est æquale genito à trilineo *g h b*, quod est ad cylindrũ vt 3. ad 8. per Corol. pr. 27.

Hinc genitū à semicirculo cdb est ad genitum à prædicta fig. vt 2. ad 3. & ad cylindrū vt 1. ad 4.

Coroll. III.

Cum autem genitum à $c e b$ sit duplum geniti à $c d b$, sunt enim genita, vt fig. genitum à fig. contenta curuis $b e c$, $b f g$, est sub duplū geniti à semicirculo $c d b$; est enim genitū à fig. contenta curuis $b d c$, $b e c$ æquale genito à $c d b$; igitur vt 2. sed genitū a fig. contenta curuis $b d c$, $b f g$ & recta $c g$ est vt 3. igitur genitum à fig. contenta curuis $b e c$, $d f g$ & recta $c g$, est vt 1. igitur * cylindri, & * geniti à $c d a$.

Coroll. IV.

Genitum à fig. prædicta, scilicet curuis $b e c$ & $b f g$, contenta, est æquale genito à trilineo $c g b$; nam cum singulæ applicatæ sint æquales, in vtraq. fig. genita superficies sunt æquales; v. g. genita à $g f$, æqualis genitæ ab $r i$; genita ab $c f$ æqualis genitæ ab $f i$; igitur solida genita æqualia: Hinc genitum à trilineo $c g b$, est triplum geniti à trilineo $c g b$.

Coroll. V.

Genitum à $b c b$ circa $c g$ reuoluta, est ad genitum cylindrum vt 7. ad 8. cum enim genitum à trilineo $c g b$, sit ad cylindrum vt 1. ad 8. erit genitum à $b c b$, ad cylindrum, vt 7. ad 8.

Coroll. VI.

Hinc demum habentur alia genita, puta à trilineo $c f g$; cum enim habeatur genitum à trilineo $c g b$, item genitum à trilineo $g f b$, quod est ad genitum à rectangulo sub $g b$, $i f$, vt trilineum ad rectang. habetur genitum à $c f g$; item à fig. curuis $c d b$, $c f b$, & recta $b b$ contenta; cum enim genitum à semicirculo $c d b$ sit ad cylindrum vt 2. ad 8. & genitum à $b c b$ vt 7. erit genitum à prædicta fig. ad cylindrū vt 5. ad 8. igitur æquale genito à $c b g$; cum autem genitum à $c e b$ sit vt 4. erit genitum a figura contenta curuis $c e b$, $c f b$ & recta $b b$, ad cylindrum, vt 3. ad 8. igitur æquale genito a fig. contenta curuis $b d e$, $b f g$ & recta $c g$. Hinc genita a $c d a$ & trilineo $c f g$, adæquant genitum à trilineo $b b f$.

Prop. XXIX.

Genitum a quolibet segmento recto cycloidis circa basim reuolutum haberi potest. Sit $a b f$ circa $a f$ reuolutum, genitum a $d f b$ est æquale genito ab $i y b$; sunt enim fig. homogeneæ; igitur dimidium cylindri eiusdem basis & altitudinis per prop. 4. genitum vero a quadrante $a d b$, est ad cylindrum eiusdem basis & altitudinis, vt 2. ad 3. igitur sit $a d 7. d f 11$, erit genitum ab $a b f$ ad cylindrum sub altitudine $a f$ vt 10. * ad 18. vel vt cylindrus sub eadem base & altitudine composita ex * $a d$ & * $d f$. id est vt 61. ad 108.

Sit

Sit aliud segmentum Kbn ; cum habeatur ratio Kbn ad rectang.
sub Km, Kb , & centri gravitatis utriusque distantia, ab ipsa Km ; ha-
betur ratio composita ex rationibus distantiarum & figurarum, sed
hæc est ratio solidorum genitorum, per Posit. 9. idem de quolibet alio
segmento dictum sit v. g. de obf .

Coroll.

Hinc habentur genita ab adb, deb, efb , seorsim; est autem ge-
nitum ab efb , æquale genito ab fb ; item genitum a ha circa bb
reoluta, habetur enim distantia centri abf , ab ipsa bb ; item geni-
ta a deb, efb , circa bb reolutis; item a trapezio $bafb$, & a quolibet
alio, ex tradita regula generali.

Prop. XXX.

Habetur centrum gravitatis genitum a fig. cycloidis, tū a quo-
libet segmento integro, circa basim reolutis; est enim in puncto, in
quo basis & axis decussantur; nempe centrum solidi geniti est in axe,
qui per centra omnium planorum ducitur; item in base figur. quæ per
centra omnium circularum etiam ducitur; igitur in concursu utriusq. cen-
trum geniti esse necesse est.

Propos. XXXI.

Habetur ratio solidi geniti a fig. semicycloidis, circa axem reuo-
luta, ad cylindrum eiusdem basis & altitudinis; sint omnia ut supra,
semicycloidis fig. cbg , circa axem bc reoluta, genitum ab illa est ad
cylindrum eiusdem basis & altitudinis, ut solidum sub altitudine cb ,
procedens per quadrata cg, of, af, Kn & c. ad parallelepipedum
sub altitudine cb , & basi quadrato cg : ut enim parallelepipedum est
homogeneum cylindro, ita prædictum solidum per quadrata procedens
homogeneum genito a cbg , sed scitur ratio prædicti solidi ad paral-
lelepipedum per Corol. 20. prop. 22. igitur inde habetur ratio prædicti
geniti ad cylindrum, quam infra in calculis probabimus.

Coroll. I.

Hinc habentur multa solida genita, facta reolutione circa bc ,
scilicet genitum a trilineo bbg , item genitum a fig. contenta curvis
 $bdc bfg$, sublato genito a bdc ; item genitum a fig. contenta curvis
 bec, bfg & recta cg , sublato genito a bdc , duplo geniti a bdc ; itē
genitum a $c afg$; si enim ex parallelepipedo sub altitudine ca & basi
quadrato cg , auferatur bis isoparalellum sub basi trilineo igf , & al-
titudine cg , minus solido sub altitudine ig , procedente per quadra-
ta sub fi, ft , & alijs differentiis arcuum & sinuum, residuum procedit
per quadrata cg, of, af , hæc autē cognita sunt per Coroll. 20. prop.
22. sit autem ut prædictum parallelepipedum ad prædictum residuum,
ita cylindrus genitus a ci , ad aliud solidum, hoc ipsum erit genitum
a $c afg$, quod prædicto residuo est homogeneum.

Coroll.

Coroll. II.

Hinc habetur centrum gravitatis $c b g$; nempe iam habetur illius distantia a basi $c g$, per Prop. 26. habetur ratio genitorum, quæ est composita ex ratione figurarum, quæ habetur, & ex ratione distantiarum, quarum altera habetur, scilicet dimidia $c g$, igitur altera etiam habetur; datis enim duobus terminis compositæ, item duobus alterius rationis componentis, cum tertio termino alterius, habetur quartus terminus eiusdem, ut supra ostensum est: igitur habetur perpendicularis cadens à centro fig. in basim $c g$, ite perpendicularis ab eodẽ cadens in axẽ $c b$; igitur habetur cõkursus utriusq. in quo est centrũ fig. $c b g$.

Coroll. III.

Habetur etiam centrum trilinei $b b g$, quod eodem modo demonstratur; item genitum ab eodem trilineo, circa $g b$ reuoluto; habetur enim ratio composita distantiarum & figur. igitur solidorũ genitorũ, ite habetur centrũ trapezij $c a f g$, scilicet perpendicularis ab eo cadens in axem $c b$; igitur genitũ ab eodẽ trapezio, circa $g i$ reuoluto, quo sublato ex cylindro genito $a g a$, habetur genitum à trilineo $i f g$.

Prop. XXXII.

Habetur solidum genitum à segmento circa axem reuoluto, cuius basis in centrum circuli genitoris cadit. sit v.g. $a b f$; genitum ab eo est homogeneous solidum, sub altitudine $a b$, procedenti per quadrata sub compositis ex arcubus & sinubus; ut patet, est enim $a f$ composita ex sinu $a d$ & arcu $d b$; item $K n$ ex sinu $K l$ & arcu $l b$ & c. scitur autem ratio huius solidi ad parallelepipedum eiusdem altitudinis & basis, igitur & prædicti geniti ab $a b f$ ad cylindrum; scitur inquã prædicta ratio per Corol. 7. prop. 14. & Coroll. 20. pr. 23.

Coroll. I.

Hinc habetur centrum gravitatis segmenti $a b f$; quod etiã alio modo habetur, cognito scilicet centro totius fig. $c b g$ & trapezij $c a f g$; Habetur etiã genitũ $a b f c$, duplum scilicet geniti ab $a b f$.

Coroll. II.

Habetur genitum $a d f b$, sublato scilicet genito ab $a d b$; ac proinde centrum eiusdẽ $d f b$; item genitum à fig. contenta curvis $b d c$, $b f c$ ac eiusdem fig. centrum; item genitum à trilineo $c f b$, sublato genito ab $a e b$ duplo geniti ab $a d b$, eiusdemq. trilinei centrũ; ite genitum à lunula cõtenta curvis $b e c$, $b f c$, sublato genito $a b e c$; habentur etiam centra figurarum, cognitis genitis.

Coroll. III.

Facta autem reuolutione circa $g b$, habetur genitum à trilineo $g b b$.

$g b b$ cuius habetur centrum; item à fig. $c b g$; propter eandem rationem; item genitum à fig. contenta curvis $b d c$, $b f g$, & recta $c g$; item à fig. contenta curvis $b e c$, $b f g$, & recta $c g$; item genitum à prædicta lunula; item à trilineo $c g f$, vel $b h f$; quia scilicet cognoscuntur centra.

Prop. XXXIII.

Secto solido quod procedit per rectangula, sub sinibus rectis & complementi, habetur ratio segmentorum; fit prædictum solidum $a b d c$, de quo supra, procedens per segmenta $b a e$, $o b g$, &c. vel per rectangula parallela $c g$, quod est sub sinu recto & cōplemēti, ut ostensum est in Corol. 2. Prop. 13. secetur plano $o b g$, cum sit homogeneū triang. $a f d$, sunt segmenta solidi ut segmenta trianguli; hæc autem sunt ut quadrata segmentorū basis $a b$, $b d$. igitur cognito toto solido, cognoscuntur segmenta.

Fig. 16

Coroll. I.

Hinc secto solido per planum $c g$, cognoscitur segmentū interceptum planis $b a e$, $o b g$, ex quo si auferatur isoparallelū, sub basi $c f a$, & altitudine $a b$, cognoscitur residuū, cuius basis est $c g$ & altitudo $c b$.

Coroll. II.

Hinc solidi $a e c$ secti plano $d b$ segmenta cognoscuntur; nempe habetur isoparallelum, sub basi trapezio $a l K b$, & altitudine $a g$, segmentum verò sub basi $g i d b$ & altitudine $g f$ sic haberi potest, cognoscitur solidum procedens per sectores parallelos $g i d$ versus $f e$, est homogeneum triangulo; igitur dimidium isoparalleli sub basi sectore $g i d$, & altitudine $g f$, cognoscitur etiam solidum procedens per triangula parallela $g b d$ versus $f e$, est enim subduplum solidi cogniti, procedentis per rectangula sub sinibus rectis & complementi, per Cor. 1. igitur cognoscitur segmentū interceptū planis $a e$ & $b k$; quo sublato ex toto solido $a e c$, habetur residuum segmentū $d b c$.

Fig. 17

Coroll. III

Hiuc solidum segmentum sub base $g b d i$, & altitudine $g f$, est æquale isoparallelo sub basi $K l n p$, & altitudine $l i$,

Coroll. IV.

Si redeamus ad figuram $c b g$, solidum procedens per rectangula sub sinibus & arcubus, id est sub $a d$, $d f$, $K l$, $l n$; &c. est homogeneū prædicto solido; hinc si secetur plano $l n$, habebitur ratio segmentorū, ut supra; additoque solido procedente per quadrata sinuum $a d$, $k l$ cognito, habebitur solidū procedens per rectangula sub $a f$, $a d$, $k n$, $k l$; id est sub sinibus & compositis ex sinibus & arcubus; habebitur etiam segmentorum ratio ducto plano $K n$.

Fig. 14

F

Prop.

Facta reuolutione circa axem, habetur genitum à fig. contenta semicycloide, & recta eidem subtensa: sit $ci g$ semicyclois, sit figura contenta curua bfg & recta bg , habetur solidū ab ea genitum circa bc reuoluta, nepe si ex solido genito à $c bfg$, auferatur conus genitus à triangulo $c b g$, residuum dabit genitum à prædicta fig.

Coroll. I.

Hinc habetur centrum grauitatis prædictæ fig. item genitum à δfb , sublato scilicet genito ab $a \delta b$ cognito, ex genito ab $a fb$ etiā cognito; hinc habetur genitum à δfg ; item centrum grauitatis tū δfb tum δfg .

Coroll. II.

Si sit alia linea semicycloidis $g db$ communi subtensa bg , centrum vtriusque simul est in af ; cum vtriusque applicatæ parallelæ af & æquidistantes sint æquales, igitur in puncto δ , ut patet;

Coroll. III.

Hinc habetur genitum ab vtraq. simul sumpta; est enim ad cylindrum genitum à bg , in ratione composita figurarum & distantiarū; distantia sunt æquales; nam centrum vtriusque fig. est in δ ; igitur genita sunt ut fig. rectangulū est duplū figuræ; igitur genitū fig. est subduplū geniti a rectangulo.

Coroll. IV.

Hinc genitum à prædicta figura est sesquialterum coni geniti à triangulo $b c g$, & sublesquicertium geniti à triangulo $g b b$; hinc genitum ab vtroque trilineo simul sumpto est æquale genito à figura, suntque genita ut figuræ cum centrum vtriusque sit in δ .

Coroll. V.

Si voluatur prædicta fig. circa cg cum genitum à $c b g$ sit ad cylindrum ut 5. ad 8. id est ut 15. ad 24. erit genitum à prædicta fig. ut 12. ad 24. igitur genitum à trilineo $b c g$ ut 3. & genitum à trilineo $g b b$ ut 9. Hinc genitū à dimidia figura contenta curua bfg , & recta bg , ut 7. quia genitum à triang. $g b b$ ut 16. igitur genitum ab alia dimidia ut 5. Hinc vides processionem per numeros impares. initio ducto à trilineo $b c g$, 3. 5. 7. 9. genitum denique ab $h g b$ ut 21. porro in hoc, duo trilinea $c b g$, $g b b$ conueniunt cum parabolicis, quod genitum ab vno sit triplum geniti ab alio.

Schol.

Fig. 13

Sed ad calculationes venio. Sit cyclois integra $b a c$, licet enim supra figuræ sinuū loco fuerit, nunc suppono esse cycloidem, quæ voluatur

luatur circa be ; ut ca circulum gignit. ita & alia omnes ordinatim applicatae parallelæ, sit ca axis fig. v. g. 14. eb basis 44. iuxta rationem Archimedeam, sit solidum homogeneous procedens per quadrata, sub diametris circulorum genitorum à prædictis ordinatim applicatis, sub altitudine $e b$; vocetur homogeneous maius; sit aliud, sub altitudine ce procedens, per quadrata applicatarum parallelarum. ca ; vocetur homogeneous minus; hoc est subduplum maioris, ut patet: sit isoparallelum sub basi bae , & altitudine ai , sectum plano $ei b$, homogeneous minus est æquale superiori frustis; cum sit duplum dimidij frusti, nempe homogeneous procedit per quadrata, & semifrustum per triangula, sub eadem utrumque altitudine ce ; estque quodlibet quadratum, duplum sui trianguli; porro sit centrum gravitatis fig. bae in K , ita ut cK sit ad ca , ut 5. ad 12. erit prædictum frustum ad isoparallelum ut 5. ad 12. igitur & homogeneous minus, ut 5. ad 12. igitur homogeneous maius ut 40. ad 12. id est ut 10. ad 3. cum igitur fig. $ca b$ ad æquet tres circulos sub diametro ca , circulus sub diametro dupla ca erit ad figuram $ca b$ ut 4. ad 3. igitur cylindrus sub basi prædicto circulo, & altitudine ai , ad isoparallelum ut 4. ad 3. igitur homogeneous maius ad hunc cylindrum ut 10. ad 4. vel 5. ad 2. sed hic cylindrus est ad genitum à rectangulo sub be, ca , circa eb reuoluto, ut ca ad eb , id est ut 14. ad 44. igitur homogeneous maius erit ad genitum à prædicto rectangulo ut 35. ad 44. at parallelepipedum sub basi quadrato dupla ca , & altitudine eb , est ad prædictum genitum ut 14. ad 11. id est ut 56. ad 44. & ad homogeneous maius ut 56. ad 35. id est ut 8. ad 5. igitur homogeneous maius ad genitum à fig. $ca b$ ut 35. ad 27* id est ut 14. ad 11. igitur homogeneous maius ad cylindrum sub basi circulo diametri ca & altitudine ai , erit ut 40. ad 4. id est ut 10. ad 1. igitur genitum ab $ca b$ ad cylindrum sub basi circulo genitore & altitudine ca , est ut 55. ad 14.

Sit vero iy , vel df , 11. cb 14. parallelepipedum sub basi quadrato iy , vel df , & altitudine ib , erit 847. ductum in 3. 2541.
cubus sub latere ib , erit 343 ductus in 3. 1029.
solidum procedens per quadrata arcuum iy , & z , & c. 1176.
sub altitudine ib , erit 392. ductum in 3. 1176.
solidum homogeneous sphaerae procedens per quadrata
sinuum sub altitudine ib , erit $228\frac{2}{3}$ ductum in 3. 686.

solidum procedens per rectangula sub arcibus & sinibus
& sub eadem altitudine ib , erit $297\frac{1}{2}$ ductum in 3. $892\frac{3}{2}$

differentia solidi utriusque, $206\frac{1}{2}$

addatur hæc differentia ultimo solido, erit aggregatum
auferatur hoc aggregatum ex solido procedente per
qua.

Fig. 24

quadrata arcuum, residuum erit
& hoc est solidum procedens per quadrata differentiarum
arcus inter & sinus.

Si ex parallelepido sub quadrato eg , & altitudine ca ,
auferatur bis isoparalellum sub basi trilineo gif , & alti-
tudine eg , minus solido procedente per quadrata fi, fe ,
scilicet per quadrata differentiarum, de quo supra, resi-
duum erit solidum procedens per quadrata eg, of, af ,
scilicet,

Addatur solido, procedenti per quadrata arcuum bis soli-
dum procedens per rectangula sub arcubus & sinibus,
minus solido procedente per quadrata sinuum, eritque
aggregatum procedens per quadrata af, Kn , & c. com-
positarum ex arcubus & sinibus scilicet,
addatur vnum alteri, eritque solidum procedens per qua-
drata eg, af & c.

est autem parallelepipedum sub basi quadrato eg , & altitu-
dine cb

igitur parallelepipedum est ad solidum procedens per quadrata eg ,
 af , & c. id est c , cylindrus genitus à rectangulo cb , ad genitum à fig.
 cbg circa bc reuolutis, vt 484. ad 287.

Hinc si auferatur ex genito à fig. cbg , genitum à triangulo cbg ,
id est * geniti à cb , residuum dabit genitum à fig. contenta curui
 bfg & recta bg , scilicet 125 * igitur genitum ab alia semiportione
116 * igitur genitum à trilineo bcg , 45. igitur genitum a si alio tri-
lineo 197.

Sublato autem bis solido, procedente per quadrata sinuum, ex
solido, quod procedit per quadrata eg, af , residuum erit 10682. igitur
si genitum à $cdfg$ est 287. genitum à fig. contenta curuis bdc ,
 bfg , & recta cg erit 254. * & consequenter genitum à semicirculo
 cdb , 32. igitur genitum à cdb , 130 * igitur genitum à figura con-
tenta curuis bcc , bfg & recta 156 * est autem genitum à cb circa
 cb ad genitum circa cg , vt 847. ad 539. id est 484. ad 308. igitur
genitum à cbg circa bc , ad genitum à cbg circa cg vt 287. ad 192.
* alio modo habetur genitum à trilineo bcg , sublato scilicet geni-
to à fig. contenta curuis bfg , bdc , dimidio geniti à cb , ex genito à
 cbg , id est 242. ex 287. residuum 45. erit genitum à trilineo bcg .

9779.

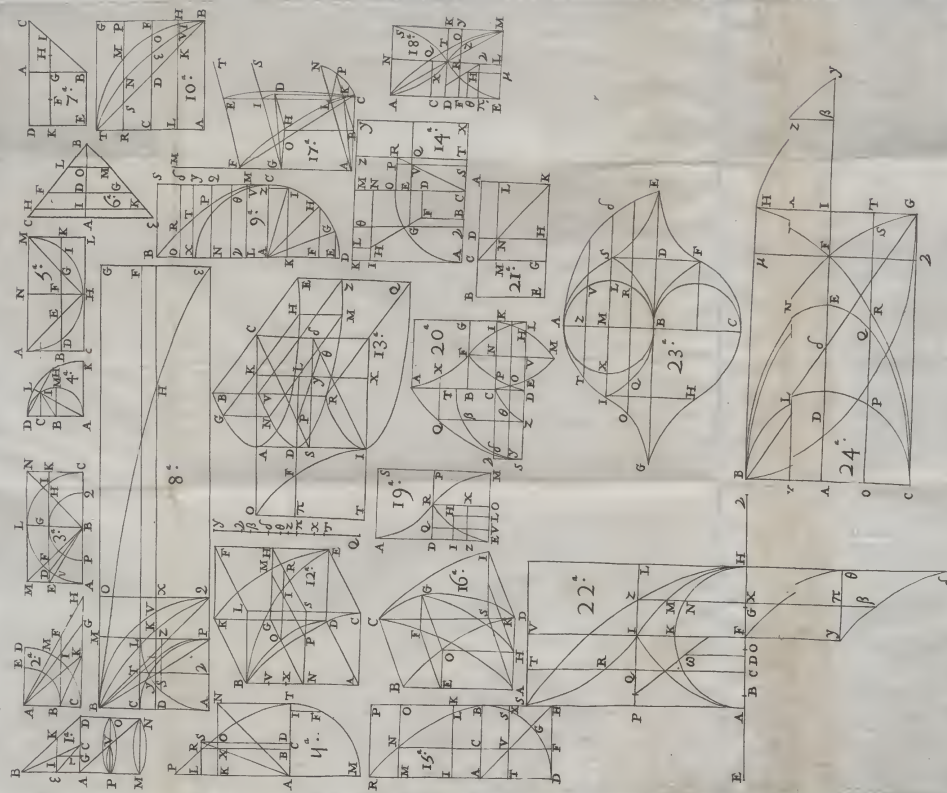
2275.

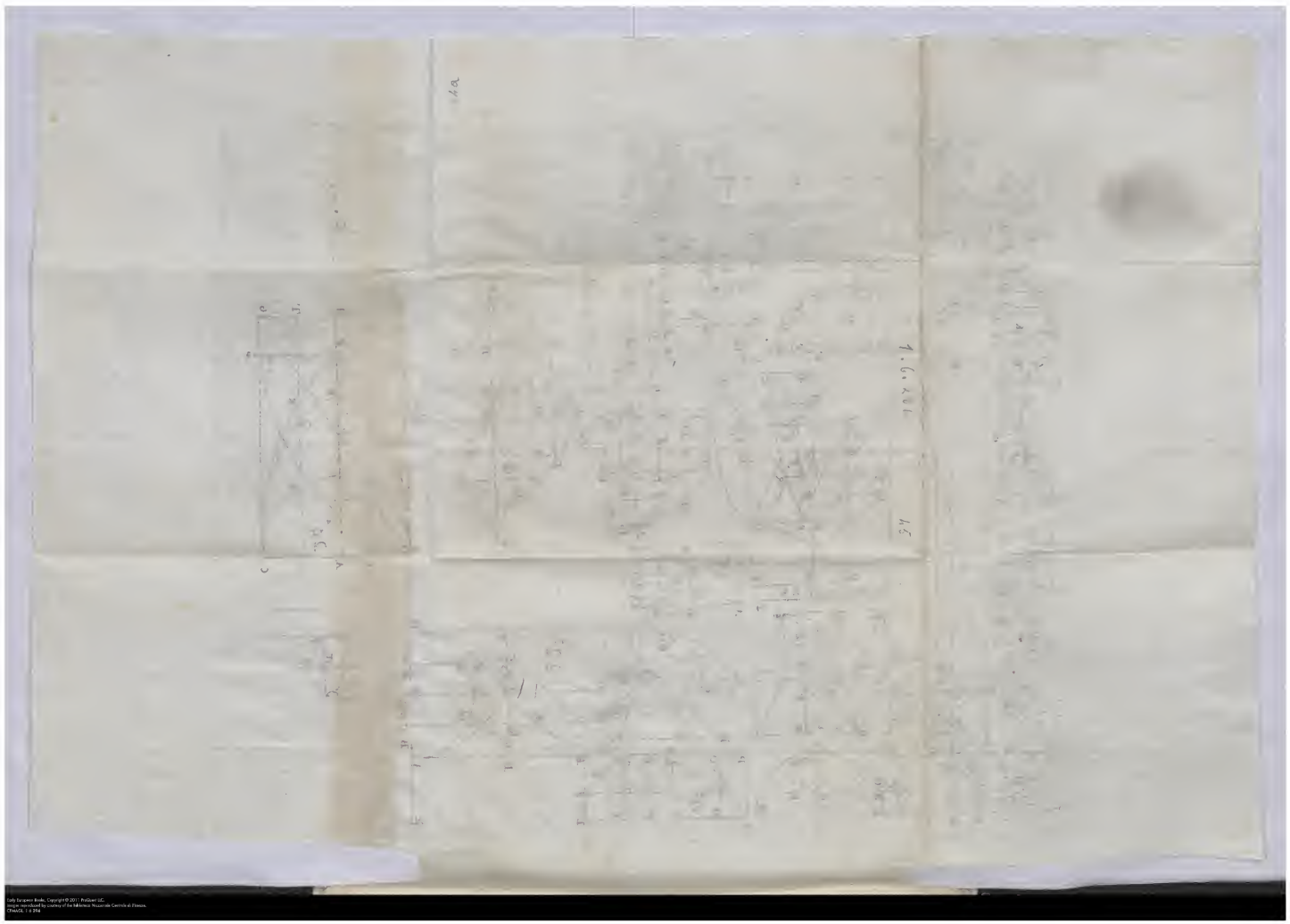
12054.

20328.

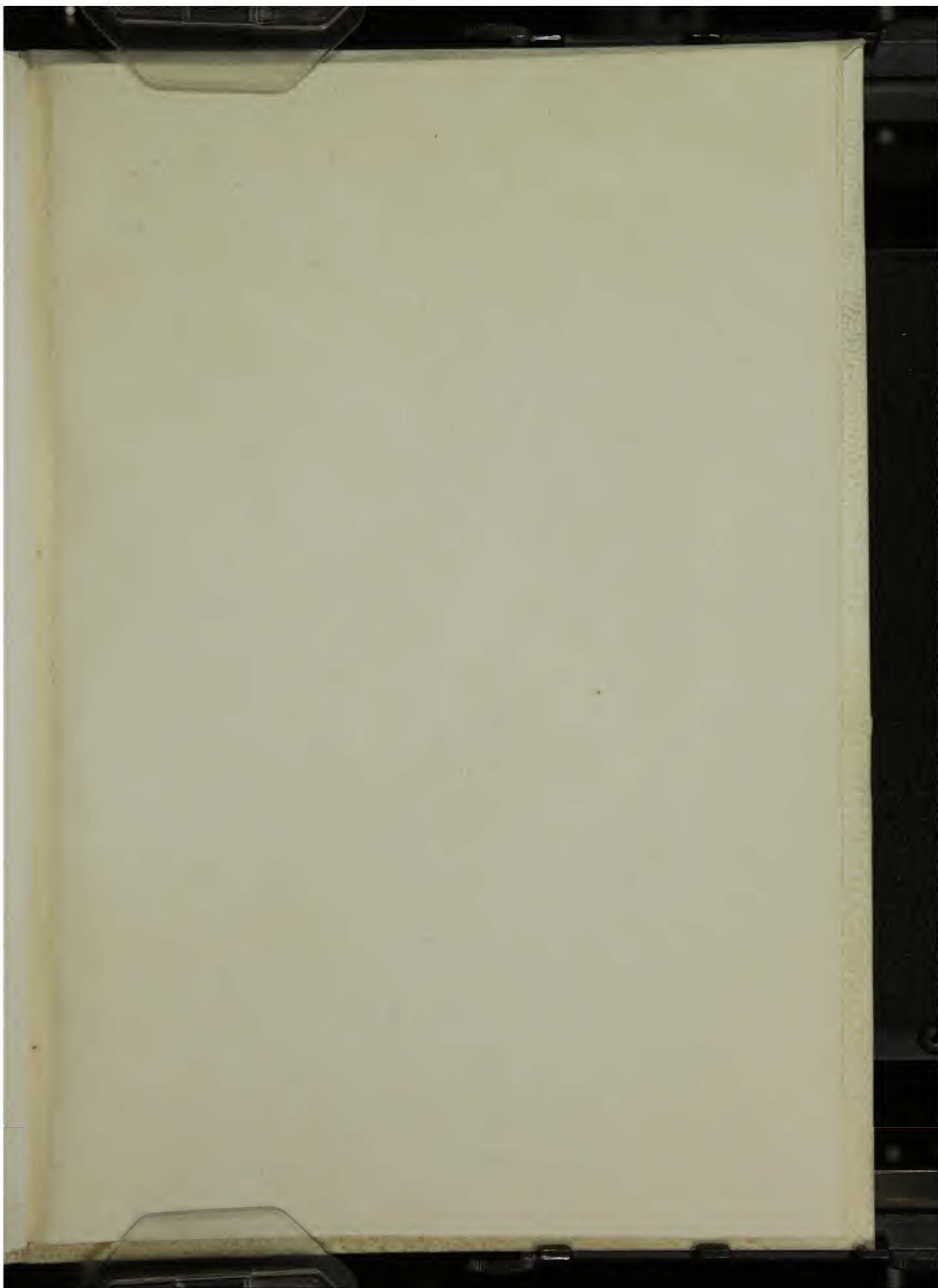
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100

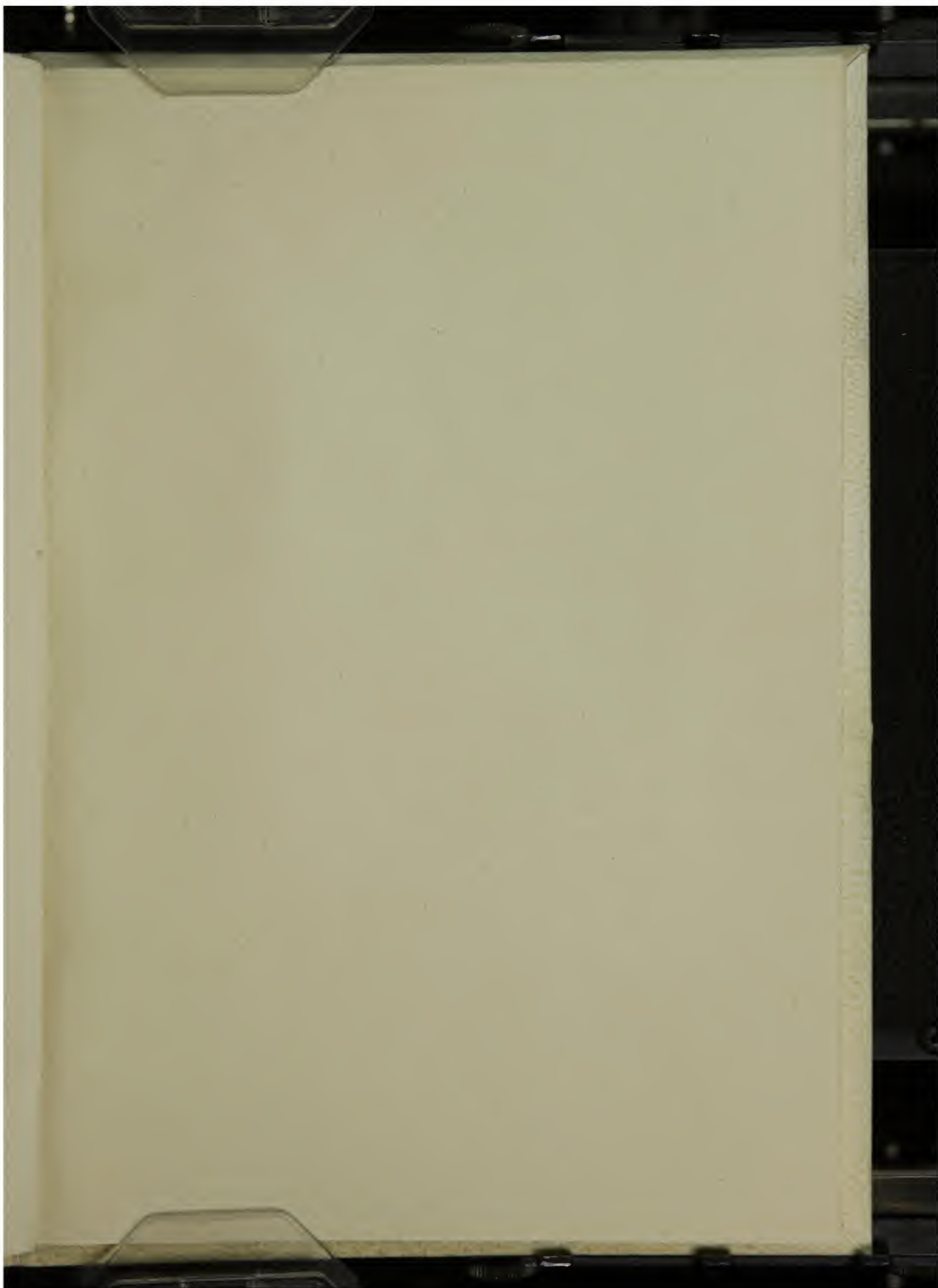
45

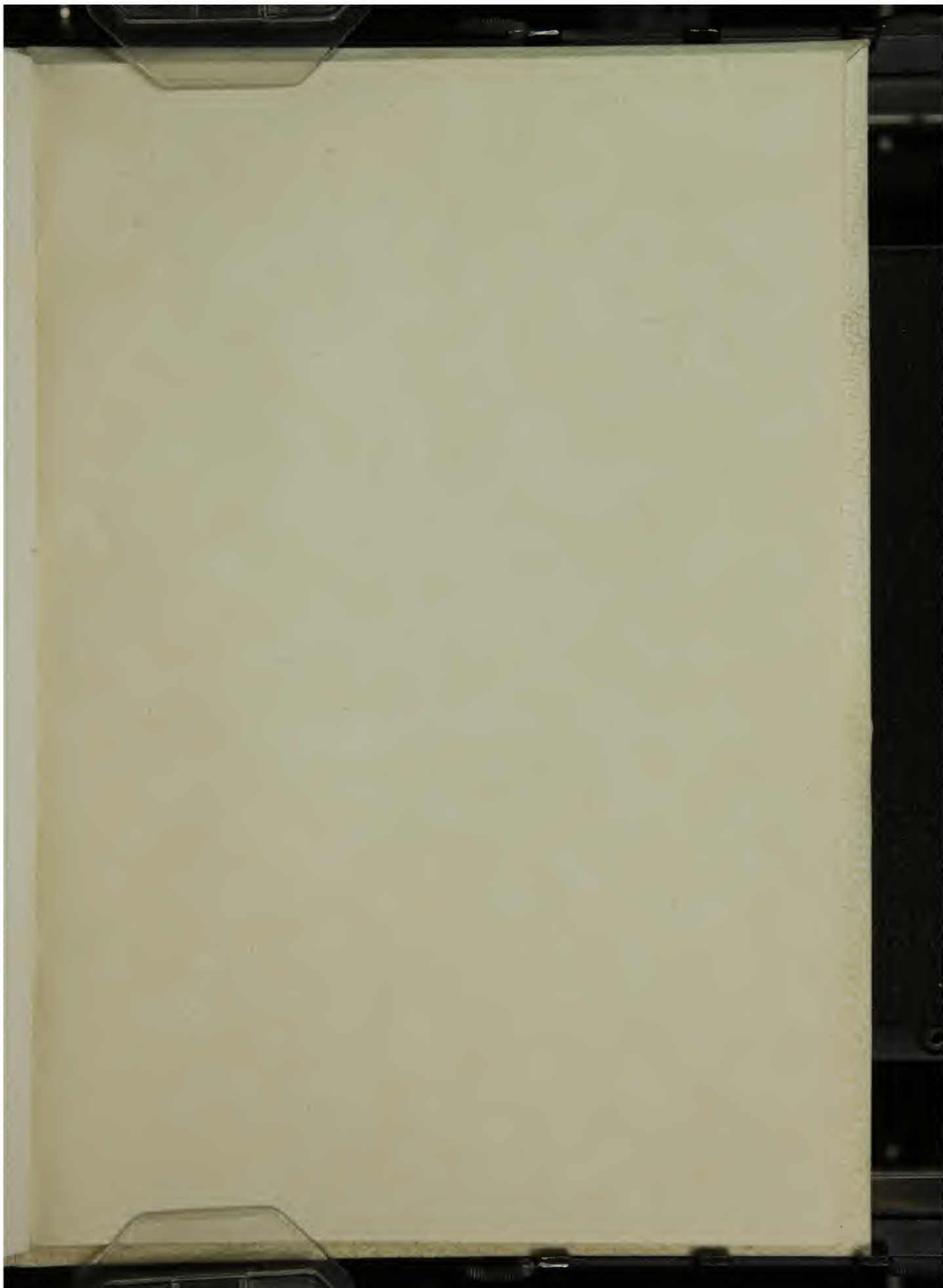




[illegible]







005643866

